LEONHARD EULER

CORRESPONDANCE AVEC M. J. A. N. CARITAT, MARQUIS DE CONDORCET
ET A. R. J. TURGOT

publiée par
Christian Gilain, Vanja Hug et René Taton †

2019

Version PDF des correspondances Euler–Condorcet et Euler–Turgot, extraite de l'édition numérisée Bernoulli-Euler-Online (BEOL)

Table des matières

Préface IV

Correspondance avec le marquis de Condorcet

Introduction 2
1. Condorcet à Euler, Paris, 1er avril 1775 (R 452) 8
2. Euler à Condorcet, [Saint-Pétersbourg], 3 (14) novembre 1775 (R 453) 9
3. Condorcet à Euler, [Paris], 15 décembre [1775] (R 457) 10
4. Euler à Condorcet, [Saint-Pétersbourg], 2 (13) février 1776 (R 454) 12
5. Condorcet à Euler, [Paris], 1er avril [1776] (R 455) 14
6. Condorcet à Euler, [Paris], 10 juillet [1776] (R 456) 16
7. Euler à Condorcet, [Saint-Pétersbourg], 12 (23) septembre 1776 ([R 456a]) . 18

Annexe 1: Lexell à Condorcet, Saint-Pétersbourg, 2 (13) décembre 1775 21
Annexe 2: Condorcet à J. A. Euler, [Paris], 10 mars [1777] 23
Annexe 3: J. A. Euler à Condorcet, Saint-Pétersbourg, 15 (26) mai 1778 25
Annexe 4: N. Fuss à Condorcet, Saint-Pétersbourg, 15 (26) mai 1778 26
Annexe 5: Condorcet à J. A. Euler, Paris, 28 juin 1778 28
Annexe 6: N. Fuss à Condorcet, Saint-Pétersbourg, 27 juillet (7 août) 1778 ... 29
Annexe 7: N. Fuss à Condorcet, Saint-Pétersbourg, 19 (30) janvier 1781 32
Annexe 8: Condorcet à J. A. Euler, Paris, 6 mai 1784 34

Correspondance avec Anne Robert Jacques Turgot

Introduction 38
1. Turgot à Euler, Fontainebleau, 15 octobre 1775 (R 2654) 40
2. Turgot à Euler, Paris, 14 février 1778 41

Bibliographie 43
Registre des noms de personnes 50
Liste des abréviations 54

Préface

Initialement prévue pour le volume 7 de la série IVA des *Opera omnia*[1] d'Euler, qui devait regrouper toutes les correspondances d'Euler en langue française non contenues dans les volumes IVA 5 (Euler 1980) et IVA 6 (Euler 1986),[2] la correspondance entre Leonhard Euler et le marquis de Condorcet fut transcrite et commentée par René Taton et Christian Gilain à partir de 1990. En juin 1993, le manuscrit fut remis à Emil Fellmann, alors rédacteur général de la correspondance d'Euler. Comme le comité de rédaction se rendit compte qu'il était illusoire de réunir l'ensemble des correspondances françaises dans un seul volume, il a fallu faire un choix pour le volume IVA 7 et reporter la publication des autres lettres à une date ultérieure.

Après la parution du volume IVA 7 en 2017, la commission Euler de l'Académie suisse des sciences naturelles (SCNAT) a proposé la publication de la correspondance entre Euler et Condorcet, à laquelle a été ajoutée après coup celle entre Euler et Turgot. Pour tenir compte de l'évolution technique récente, ces deux correspondances ne devaient plus faire partie d'un livre imprimé, mais être publiées directement en ligne. Conçu comme un projet de pilotage, les correspondances Euler–Condorcet et Euler–Turgot pourront servir de modèle pour la publication en ligne des autres lettres dont les manuscrits – souvent incomplets – ont été remis aux Archives Euler entre 1990 et 2000. La nouvelle technique présente l'avantage qu'il est désormais possible de traiter une à une les correspondances jusqu'à présent inédites et de les publier successivement sans devoir attendre qu'un volume entier soit terminé.

La correspondance directe entre Euler et Condorcet comprend sept lettres rédigées par les deux savants en 1775 et 1776. Elle est complétée par une annexe de huit lettres échangées avec des disciples d'Euler entre 1775 et 1784 qui fournissent de précieuses informations supplémentaires. La correspondance d'Euler avec Turgot ne comprend que deux lettres dont cependant la première est étroitement liée à la première lettre de Condorcet à Euler et constitue ainsi un complément important.

La correspondance avec Condorcet est éditée par Christian Gilain, professeur émérite d'histoire des sciences mathématiques (Paris), en collaboration avec Vanja Hug (Bâle), docteur en histoire et coéditrice du volume IVA 7. Christian Gilain en a rédigé l'introduction ainsi que les notes. Il a aussi corrigé et complété la première version de la lettre 1, jadis préparée par René Taton. De plus, ses recherches sur Condorcet l'ont amené à redater quelques-unes des lettres. En collaboration, Christian Gilain et Vanja Hug ont complété les références bibliographiques – en tenant compte de la littérature secondaire actuelle – et vérifié les transcriptions des lettres autographes, qui furent établies au début des années 1990 sur la base de photocopies de mauvaise qualité.

En ce qui concerne la correspondance entre Euler et Turgot, l'introduction et la première lettre furent préparées par René Taton. Cette version initiale a été substantiellement modifiée par Christian Gilain, pour le choix du texte de base, et par Vanja Hug, qui a amélioré les annotations et partiellement remanié l'introduction. Elle a aussi ajouté une deuxième lettre de Turgot à Leonhard Euler et établi une première annotation.

Du côté technique et éditorial, Vanja Hug a effectué une nouvelle saisie, complexe, de l'ensemble des textes pour la mise en ligne et assuré la mise aux normes d'édition de la série IVA des *Opera omnia*.

---

1 En 1907 la Société helvétique des sciences naturelles (aujourd'hui SCNAT) prit la décision de rééditer l'ensemble des œuvres de Leonhard Euler, répartis en trois séries. Plus tard on ajouta une quatrième série, comprenant la correspondance. Voir «O.» dans la liste des abréviations.

2 Pour l'histoire du volume IVA 7, voir la préface à ce volume: Euler 2017, p. IX–XII.

Le comité de rédaction de la série IVA des *Opera omnia* d'Euler remercie le Bernoulli-Euler-Zentrum (BEZ) à l'université de Bâle et la Commission Euler de la SCNAT du soutien financier qui lui a été accordé pour réaliser ce projet. Nos remerciements particuliers vont aux collaborateurs du BEZ et à Stephan Ammann, spécialiste en LaTeX, pour la réalisation technique du projet. Nous sommes également redevables aux archivistes de deux institutions qui nous ont fourni des scans de haute qualité des lettres dont il fallait vérifier la transcription: Earle E. Spamer de la bibliothèque de l'American Philosophical Society à Philadelphie et Irina Tunkina des Archives de l'Académie des sciences de Russie à Saint-Pétersbourg. Nous avons aussi bénéficié des vérifications effectuées par Nicolas Rieucau, responsable du projet «Inventaire Condorcet», et par Natalia Kareva sur plusieurs manuscrits conservés dans les Archives de l'Académie des sciences de Russie à Saint-Pétersbourg.

Remarques sur la transcription et l'annotation du texte

Le format des transcriptions est standardisé. Les lettres sont numérotées et précédées d'un en-tête indiquant les noms de l'expéditeur et du destinataire, le lieu et la date. Dans le cas des lettres en provenance de Russie, datées selon le calendrier julien, la date grégorienne, mise entre parenthèses, suit la date julienne. Après chaque lettre, nous indiquons son numéro dans le répertoire de la correspondance d'Euler (Euler 1975) et nous en donnons le type: original ou publication. De plus nous indiquons le lieu de conservation actuel et la cote, ainsi que le nombre de pages dont elle est composée (enveloppe et adresse comprises).

Les publications d'Euler sont abrégées par un «E.» suivi du numéro qui leur est attribué dans l'inventaire de Gustaf Eneström.[3]

Conformément à l'usage en Suisse romande, les signes de ponctuation doubles (point d'interrogation ou d'exclamation, point-virgule, deux-points) ne sont pas précédés d'un espace. Il en va de même pour les guillemets.

Dans les lettres et dans les diverses citations, nous avons transcrit les textes et les formules mathématiques le plus exactement possible, en maintenant la ponctuation, l'orthographe et les symboles originaux. Seuls les *lapsus calami* évidents ont été corrigés tacitement. Pour faciliter la compréhension, nous avons parfois ajouté des signes de ponctuation ou des lettres manquantes. Toutes ces interventions sont introduites entre crochets.

Nous avons cependant uniformisé la transcription dans les cas suivants:

– L'usage non homogène des majuscules et minuscules est reproduit conformément aux originaux. Nous insérons cependant toujours une majuscule au commencement d'une nouvelle phrase, ainsi qu'au début d'un nom propre ou du titre d'une publication. Les lettres intermédiaires et les autres graphies douteuses ont été transcrites en conformité avec l'usage actuel.
– Le sigle «&» est remplacé par la conjonction «et».
– Les accents sont corrigés quand il y a lieu d'éviter des malentendus (p. ex. «a»/«à», «du»/«dû», «ou»/«où», «sur»/«sûr»); dans les cas intermédiaires (trait vertical) nous mettons un accent grave ou un accent aigu selon l'usage moderne. Nous écrivons régulièrement la ligature «œ», indépendamment de l'orthographe souvent variable et imprécise dans les originaux.
– En principe, la division des textes en alinéas est conservée. Dans certains cas, nous avons néanmoins inséré un changement de paragraphe dans des passages très longs et traitant de sujets différents.

3 Voir Eneström 1910–1913.

- Les passages soulignés et les titres de tous types de publications (même fragmentaires ou abrégés) sont rendus en italique.
- Les lacunes mineures (caractères illisibles, manques causés par des tâches d'encre ou par du papier abîmé) sont complétées tacitement lorsque tout doute est exclu. Si pour suppléer une lacune nous proposons une conjecture, celle-ci est insérée entre crochets et éventuellement justifiée dans une note.

Remarques sur les liens avec les noms de personnes

- Dans chaque texte (lettre, introduction, préface), une même personne ne sera référencée qu'une seule fois.
- S'il existe dans le registre plusieurs personnes avec le même nom de famille, le lien comprend aussi le prénom. Dans les autres cas, seul le nom de famille est indiqué.
- Afin de ne pas encombrer les lettres de marques, les indications des liens des noms sont placées si possible dans les notes.
- Les liens avec Leonhard Euler ne figurent que dans la préface et dans les deux introductions aux correspondances avec Condorcet et Turgot.
- Les liens avec Condorcet et Turgot figurent dans la préface et au début des introductions à leurs correspondances respectives. Dans les lettres dont ils sont les auteurs, un lien est attaché à leur signature.
- Dans les annexes, un lien est attaché aux signatures des auteurs des lettres.

Avertissement: après avoir cliqué sur un lien, on peut revenir à l'endroit initial par la combinaison d'«alt» et la flèche en arrière sur le bloc numéraire, respectivement par la combinaison de «cmd» et la flèche en arrière (pour les ordinateurs Mac).

Halle / Paris / Bâle, janvier 2019

Andreas Kleinert[4]
Christian Gilain
Vanja Hug

4 Rédacteur général de la série IVA des *Opera omnia* de Leonhard Euler.

CORRESPONDANCE D'EULER AVEC
MARIE JEAN ANTOINE NICOLAS CARITAT,
MARQUIS DE CONDORCET

(1er avril 1775 – 12 (23) septembre 1776)

Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, marquis de Condorcet

Introduction

La correspondance directe ici publiée entre Leonhard Euler et Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, marquis de Condorcet, se déroule sur une courte période – guère plus d'un an – en 1775 et 1776. Elle se situe à un moment essentiel pour Condorcet sur les plans scientifique, académique et politique.[1] Il vient alors d'écrire vingt-cinq articles, essentiellement de mathématiques, pour les volumes du *Supplément à l'Encyclopédie* qui paraîtront en 1776 et 1777.[2] En 1775 est publié, dans la première partie des *Mém. Paris* pour 1772, le mémoire «Recherches de calcul intégral»[3] dans lequel apparaît notamment la nouvelle problématique de Condorcet en théorie de l'intégration des expressions et des équations différentielles. La poursuite de ses recherches sur ce sujet débouchera sur la rédaction de l'important *Traité du calcul intégral*, transmis en plusieurs cahiers à l'Académie des sciences de Paris de 1778 à 1782, mais qui restera inachevé et inédit.[4] Sans que cela ne soit totalement exclusif d'autres travaux, ceux sur le calcul intégral constituent encore à cette époque l'essentiel de son activité scientifique.[5]

À l'Académie des sciences de Paris, malgré des oppositions, les responsabilités de Condorcet croissent rapidement: secrétaire adjoint depuis mars 1773, il sera élu secrétaire perpétuel en août 1776.[6] Par-delà ses nombreuses activités académiques, le rôle de Condorcet se trouve alors accru du fait de son engagement politique dans l'expérience réformatrice de son ami Turgot, dont il est conseiller de juillet 1774 à mai 1776.[7] Nommé inspecteur général des Monnaies en 1775 avec notamment une mission d'uniformisation des mesures, Condorcet essaie alors de promouvoir le développement des sciences en France par une réorganisation d'ensemble de la recherche, et d'étendre leur rôle dans la gestion de la société. Dans ses divers projets, une place centrale revient à l'Académie des sciences de Paris en tant qu'institution.

Dans le cadre de cette activité multiforme, Condorcet entretient alors des correspondances nombreuses et variées, tant scientifiques que philosophiques ou politiques. Il est ainsi notamment en rapport épistolaire régulier avec Turgot[8], Voltaire[9] et Lagrange[10]. L'occasion d'un contact avec Euler apparaît après l'initiative prise par Condorcet en juillet 1774 de proposer à Turgot l'édition de deux ouvrages de l'illustre savant relatifs aux vaisseaux et à l'artillerie, et l'attribution d'une gratification à l'auteur.[11]

---

1 Pour une vue d'ensemble sur l'œuvre de Condorcet, on pourra se reporter aux ouvrages suivants et à leur bibliographie: Baker 1975; Crépel et Gilain 1989. Sur la présente correspondance, voir Gilain 1996.

2 [Robinet] 1776–1777. Voir Sergescu 1951; Gilain 1993.

3 Condorcet 1775.

4 Bibliothèque de l'Institut de France, Mss 877–879. Voir Gilain 1988. Condorcet a informé Euler de cette entreprise (voir annexes 5 et 6).

5 Dans les années 1780, au contraire, les travaux sur le calcul des probabilités et les applications à la vie sociale domineront. Voir Bru et Crépel 1994.

6 Voir Baker 1967.

7 Voir l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot.

8 Voir Henry 1883.

9 Voir Voltaire, *Correspondance*, vol. 10, 1986, vol. 11, 1987, vol. 12, 1988, vol. 13, 1993.

10 Voir Lagrange, *Œuvres*, vol. 14, 1892, p. 2–52.

11 Voir l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot.

La correspondance ici présentée entre Euler et Condorcet contient sept pièces qui se divisent en deux catégories: quatre lettres autographes de Condorcet[12] et trois extraits de lettres d'Euler[13], publiés par Condorcet.

Le contenu de cette correspondance fait apparaître l'absence d'au moins deux lettres écrites pendant la même période: l'une de Condorcet, qui s'est sans doute croisée avec la lettre d'Euler du 2 (13) février 1776 (R 454); l'autre d'Euler située entre les deux lettres de Condorcet du 1er avril et du 10 juillet 1776 (R 455 et R 456). Ces lacunes, qui s'ajoutent au caractère par nature incomplet de la seconde catégorie de pièces, nous obligeront plusieurs fois à une recomposition complexe – restant en partie hypothétique – de l'enchaînement des lettres entre les deux savants. Nous publions en annexe quatre lettres échangées entre Condorcet et le fils aîné Johann Albrecht Euler de 1777 à 1784, ainsi que quatre autres lettres, trois de Nicolaus Fuss et une d'Anders Johan Lexell à Condorcet.[14] Ces documents éclairent divers aspects de la correspondance et des rapports entre Euler père et l'encyclopédiste.[15]

La première pièce de la correspondance d'Euler avec Condorcet est une lettre de ce dernier du 1er avril 1775 (R 452). Elle a pour origine le retard mis par l'administration française à envoyer à Euler la gratification promise, retard dont celui-ci s'est, semble-t-il, inquiété.[16] Il ressort de cette lettre que l'initiative éditoriale de Condorcet correspondait à la fois à sa volonté – partagée par Turgot – de promouvoir le rôle social des savants notamment dans la diffusion des sciences et de leurs applications, et à celle de manifester une admiration particulière pour Euler. Cette lettre chaleureuse est celle d'un disciple à un maître et fait apparaître clairement le désir de Condorcet d'entrer en rapport plus étroit avec Euler.

Celui-ci va répondre à cette attente dans la lettre du 3 (14) novembre 1775 (R 453) en prenant l'initiative d'une correspondance scientifique avec Condorcet. Il soumet à la sagacité de son correspondant deux formules de calcul intégral établissant les valeurs d'intégrales définies de fonctions dont on ne sait pas calculer les primitives en termes finis; ces formules sont issues de recherches récentes d'Euler, enrichies par sa correspondance avec Lagrange du début de l'année 1775.[17] Par-delà le court extrait publié par Condorcet dans les *Mém. Paris*, on a une idée sur le reste de cette lettre d'Euler grâce à la réponse de Condorcet du 15 décembre 1775 (R 457): Euler y accusait réception de la gratification envoyée, au nom du roi, par Turgot – sans doute en même temps que sa lettre du 15 octobre

12 R 452, R 457, R 455 et R 456.

13 R 453, R 454 et une lettre non identifiée dans Euler 1975 (O. IVA 1), à laquelle nous donnons le numéro [R 456a].

14 Il existe cinq autres lettres connues échangées entre Johann Albrecht Euler et Condorcet (voir le site du projet Inventaire Condorcet: http://www.alpha.inventaire-condorcet.com): 1) Johann Albrecht Euler à Condorcet, 10 (21) janvier 1777 (Bibliothèque Nationale de Russie, Saint-Pétersbourg, F. 993, Collection Suchtelen, op. 2, Kap. 72, nº 1195); 2) Condorcet à Johann Albrecht Euler, 18 avril 1778 (PFARAN, f. 1, op. 3, nº 64, l. 54–55); 3) Condorcet à Johann Albrecht Euler, 19 février 1781 (PFARAN, f. 1, op. 3, nº 66, l. 23); 4) Condorcet à Johann Albrecht Euler, 14 février 1784 (PFARAN, f. 1, op. 3, nº 68, l. 48); 5) Condorcet à Johann Albrecht Euler, 25 octobre 1787 (Bibliothèque universitaire de Tartu, Sch. 604). Ces lettres ne figurent pas dans les annexes présentés ici, parce qu'elles ne contiennent pas d'informations importantes concernant Leonhard Euler et les sujets scientifiques traités dans sa correspondance avec Condorcet. Nous utiliserons cependant certaines de ces lettres pour quelques annotations des annexes.

15 La lettre de Nicolaus Fuss du 19 (30) janvier 1781 (annexe 7) montre notamment l'existence d'une lettre perdue adressée par Condorcet à Leonhard Euler en 1780.

16 Voir *supra*, note 11.

17 Voir lettre 2 (R 453), notes 2 et 4.

– et s'enquérait du destin du mémoire sur les comètes[18] adressé de Saint-Pétersbourg pour le prix de l'Académie des sciences de Paris de l'année 1776.

La rapidité de la réponse de Condorcet – rédigée un mois seulement après l'**envoi** d'Euler –, dans une période où il est pourtant extrêmement occupé, témoigne de l'importance pour lui de cette correspondance scientifique naissante avec l'illustre savant de Saint-Pétersbourg. Sa lettre du 15 décembre 1775 (R 457) contient deux démonstrations de la première formule intégrale proposée par Euler: l'une est fondée sur un usage formel des développements en série et l'autre sur la dérivation directe des intégrales par rapport à un paramètre. Avec cette seconde méthode, Condorcet essaie de généraliser ce type de résultats sur les intégrales définies, à l'aide de la remarque que l'intégrale indéfinie de la dérivée d'une fonction par rapport à un paramètre peut être exprimée en termes finis dans des cas où l'intégrale de la fonction ne le peut pas. Ce thème du calcul d'intégrales définies de fonctions dont on ne peut obtenir en termes finis l'intégrale indéfinie – ainsi sans doute inspiré à Condorcet par Euler – a été repris dans une section de son *Traité du calcul intégral*[19]. Par ailleurs, Condorcet informe Euler qu'il a vu le mémoire sur les comètes concourant pour le prix de l'Académie de Paris, et qu'il en a une bonne opinion. En fait, il n'apprendra qu'en 1778 le nom de l'auteur de ce mémoire – Nicolaus Fuss, élève d'Euler – alors qu'il devait sans doute penser jusque-là qu'il s'agissait de Johann Albrecht Euler (voir annexe 3).

Dans la lettre du 2 (13) février 1776 (R 454), Euler communique sa propre démonstration de la première formule intégrale proposée à Condorcet, qui est fondée sur l'utilisation d'une intégrale double calculée de deux manières différentes.[20] Il indique de plus par quel cheminement il a été conduit initialement à ce type de recherches. La présentation de la publication dans les *Mém. Paris* semble placer dans cette même lettre d'Euler l'énoncé du théorème sur la somme des carrés des coefficients du binôme, mais cette présence apparaît douteuse (voir *infra*). Par contre, il est vraisemblable que figurait dans cette lettre l'énoncé de deux autres théorèmes dont il va être question dans la lettre suivante de Condorcet.

Cette lettre du 1^er^ avril 1776 (R 455) est ainsi probablement la réponse de Condorcet à la lettre d'Euler du 2 (13) février. Les «démonstrations» données par Condorcet de ces deux «théorèmes» – dont l'un s'avèrera d'ailleurs inexact – permettent de reconnaître des propositions déjà soumises par Euler à Lagrange en 1770 et 1775.[21] Ces énoncés quant à la nature des arcs des courbes algébriques ressortissent à une partie du calcul intégral qu'Euler a appelé «analyse des infinis indéterminée».[22] L'allusion que Condorcet fait de nouveau dans cette lettre aux théorèmes vus précédemment sur les intégrales définies, révèle aussi l'existence d'une lettre de Condorcet, actuellement perdue, qui a dû se croiser avec la lettre R 454 d'Euler du 2 (13) février 1776. Sur un autre plan, Condorcet informe Euler, avec beaucoup de précaution, que le prix de l'Académie des sciences de Paris n'a finalement pas été décerné cette année et suggère que l'auteur du mémoire de Saint-Pétersbourg sur les comètes ajoute un supplément, ce qui lui ouvrirait alors sans doute la voie du succès la fois suivante.

La lettre de Condorcet du 10 juillet 1776 (R 456) contient une démonstration par récurrence du théorème sur la somme des carrés des coefficients du binôme. On y trouve

---

18 N. Fuss 1785. Voir lettre 3 (R 457), note 3.

19 Voir *supra*, note 4, et lettre 5 (R 455), note 8.

20 Il démontre par la même méthode une deuxième formule qui, curieusement, n'est pas celle proposée initialement (voir lettre 4 (R 454), note 3).

21 Voir lettre 5 (R 455), note 3.

22 Voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 97 et p. 481, notes 6 et 7.

aussi des remarques sur d'autres sujets scientifiques, en particulier à propos d'une démonstration fournie par Euler du premier énoncé sur les arcs de courbes algébriques, proposé sans doute dans la lettre R 454. Cela conduit à penser que la présente lettre est la réponse à une lettre d'Euler perdue qui abordait tous ces thèmes et qui était elle-même la réponse à la lettre de Condorcet du 1er avril 1776 (R 455). D'autre part, Condorcet évoque la nomination d'Anders Johan Lexell, collaborateur d'Euler, comme correspondant de l'Académie des sciences de Paris.

Enfin, dans la lettre du 12 (23) septembre 1776 ([R 456a]), Euler établit un résultat sur les coefficients du binôme plus général que celui démontré par Condorcet. Il étend aussi l'étude au cas des puissances fractionnaires en utilisant des expressions intégrales. Ces sujets ont fait l'objet de mémoires présentés à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg durant l'année 1776.[23]

Cette réponse clôt cette séquence de correspondance directe entre les deux savants. Les lettres de Nicolaus Fuss à Condorcet et de Condorcet à Johann Albrecht Euler en 1778 (annexes 4 et 5) complètent notre information sur le contenu de la lettre du 12 (23) septembre 1776 et conduisent à penser qu'il n'y eut pas alors de réponse de Condorcet à Leonhard Euler. Cependant, les documents publiés en annexe montrent aussi que l'échange avec Euler s'est poursuivi par l'intermédiaire de ses disciples. Par exemple, Johann Albrecht Euler est chargé par Condorcet de transmettre à son père un problème sur les séries (annexe 5), problème dont la solution est communiquée à l'encyclopédiste par Fuss (annexe 6).

L'attitude de Condorcet vis-à-vis d'Euler est empreinte de respect et d'admiration. Il n'y a pas entre les deux savants de rivalité, mais un rapport de disciple à maître. C'est d'ailleurs Euler, on l'a vu, qui prend l'initiative de la correspondance scientifique et qui pose les problèmes; même s'il est vrai que Condorcet s'enhardit progressivement, indiquant, dans sa lettre du 10 juillet 1776 (R 456), qu'une démonstration de son correspondant ne lui paraît pas suffisante et posant à son tour un problème en 1778, on l'a vu, par l'intermédiaire de Johann Albrecht (annexe 5).

L'attitude bienveillante de Condorcet vis-à-vis d'Euler est aussi attestée dans la même période par le contenu de sa contribution au *Supplément à l'Encyclopédie*[24] paru en 1776–1777. Ses articles de mathématiques redonnent en effet aux travaux d'Euler la place que son maître et ami d'Alembert leur avait souvent refusée dans l'édition initiale. Par la suite, après la mort d'Euler, Condorcet prononcera lors de la séance académique du 6 avril 1785 un long Éloge[25] – qui ne sera pas de pure forme –, sur l'élaboration duquel la lettre publiée à l'annexe 8 donne des précisions intéressantes. Enfin, il faut rappeler que sera réalisée par Condorcet et Lacroix en 1787–1789, une nouvelle édition des *Lettres à une princesse d'Allemagne* d'Euler.[26] Hommage à l'auteur, dont cependant ils se démarquent sur le plan idéologique,[27] cette publication est aussi l'expression d'une volonté de promouvoir en France une plus large diffusion des sciences.

L'opinion d'Euler vis-à-vis de Condorcet est plus difficile à cerner, car la présente correspondance ne contient que des fragments imprimés de ses lettres. On ne sait pas, en particulier, si Euler avait tenu rigueur à Condorcet d'avoir été, en 1770, indirectement la

23 Voir lettre 7 ([R 456a]), notes 3 et 4.
24 Voir *supra*, note 2.
25 Condorcet 1786 (Euler 1960 (O. III 12), p. 287–310).
26 Condorcet et Lacroix 1787–1789.
27 Outre des corrections de style, les éditeurs ont opéré des coupures dans les développements théologiques où Euler exprimait sa foi dans la religion chrétienne. Voir Taton 1959, p. 153–158; Gilain 2013.

cause de la non publication dans les *Mém. Berlin* de son mémoire sur la condition d'intégrabilité des formules différentielles.[28] Toujours est-il qu'en 1775, il est certain qu'Euler devait être particulièrement intéressé de trouver à l'Académie des sciences de Paris un correspondant aussi important et bienveillant que Condorcet. Son élève Nicolaus Fuss était en effet alors candidat pour le prix de l'Académie de l'année 1776 et Euler avait abordé ce sujet dès sa première lettre à Condorcet. Il avait d'ailleurs raison de se faire du souci sur ce point car d'Alembert, qui n'avait pas une bonne opinion de ce mémoire, suscitera, après le report du prix à 1778, la participation de Lagrange au concours,[29] laquelle aurait conduit le candidat de Saint-Pétersbourg à un échec très probable.

Cependant, si l'aspect institutionnel précédent est bien réel, on ne doit pas négliger l'intérêt scientifique de l'échange entre les deux hommes. Les problèmes posés par Euler à Condorcet correspondent à des résultats découverts récemment et dont plusieurs ont aussi figuré dans sa correspondance avec Lagrange.[30] Ils portent essentiellement sur le calcul intégral, domaine d'étude privilégié de Condorcet, et, dans cette période, thème de nombreux travaux d'Euler,[31] dont plusieurs ne seront d'ailleurs publiés que de manière posthume. Il est difficile de connaître l'opinion exacte d'Euler sur les solutions de Condorcet à ces problèmes, faute d'avoir le contenu complet de ses lettres. En publiant quelques-unes de ses démonstrations après celles d'Euler, Condorcet indique: «D'ailleurs M. Euler ayant daigné honorer ces recherches de son approbation, c'est lui donner une marque de mon respect que de les rendre publiques.»[32] Il transparaît cependant de certaines lettres de Condorcet (R 455, R 456) qu'Euler n'a sans doute pas été sans lui faire quelques observations mathématiques.

En tout cas, on peut penser que deux éléments constituent des retombées de cette correspondance entre les deux savants. C'est d'abord l'élection de Condorcet comme membre étranger de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg proclamée le 29 décembre 1776 (9 janvier 1777).[33] C'est aussi la publication d'un mémoire de Condorcet dans les *Acta* de l'Académie de Saint-Pétersbourg pour le premier semestre de l'année 1777.[34] Cela ne doit cependant pas être considéré sous le seul aspect «diplomatique». En effet, le mémoire de Condorcet, sur les fonctions élémentaires itérées et leurs développements en série, a beaucoup intéressé Euler, au point qu'il publie dans le même volume un mémoire sur ce thème.[35] Fort de ce succès, Condorcet a soumis à l'Académie de Saint-Pétersbourg un second mémoire sur un thème voisin, qui est paru en 1783 dans les *Acta Ac. Pet.* pour le second semestre de l'année 1779.[36]

---

28 Voir lettre 1 (R 452), note 10.

29 Dans sa lettre à Lagrange du 26 avril 1776, d'Alembert écrivait: «Vous avez pu apprendre récemment par les nouvelles publiques que le prix avait été remis, et franchement, toutes réflexions faites, il nous a paru que la pièce envoyée de Pétersbourg, quel qu'en soit l'auteur (ou Euler le père, ou Euler le fils, ou Lexell, ou XX) n'était pas assez bonne pour l'obtenir. [...] Je compte donc sur la promesse que vous m'avez faite de travailler à ce sujet; [...]» (Lagrange, *Œuvres*, vol. 13, 1882, p. 316). Sur ce prix, voir *supra*, note 18.

30 Voir, par exemple, lettre 2 (R 453), notes 2 et 4, et lettre 5 (R 455), note 3.

31 Voir, par exemple, lettre 2 (R 453), notes 2 et 4.

32 Condorcet 1781, p. 609.

33 *Protokoly* III, 1900, p. 280. Voir annexes 2, 3, 5.

34 Condorcet 1778. Voir annexe 2.

35 Euler 1778 (E. 489; Euler 1927 (O. I 15), p. 268–297), présenté à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 12 (23) juin 1777 (*Protokoly* III, 1900, p. 307). Euler indique en introduction de son mémoire: «Communicavit nuper cum Academia Illustr. Marchio de Condorcet profundissimas speculationes circa formulas Analyticas fere penitus insolitas [...].»

36 Condorcet 1783, présenté à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 27 août (7 septembre) 1781 (*Protokoly* III, 1900, p. 546).

La valeur des travaux mathématiques de Condorcet a souvent été mise en doute par les historiens,[37] les louanges de d'Alembert et de Lagrange étant portées au compte de l'amitié. S'ils donnent souvent une nouvelle illustration de ce que l'on a appelé le style obscur et peu rigoureux de Condorcet en mathématiques, ces échanges épistolaires avec Euler témoignent aussi – alors qu'il n'était pas question entre eux d'amitié ou d'affinité idéologique[38] – de l'estime certaine du plus grand mathématicien d'alors pour celui qui fut l'un de ses derniers correspondants.

37 Voir Crépel et Gilain 1989, 1re partie.
38 Voir *supra*, note 27.

1
Condorcet à Euler
Paris, 1er avril 1775

Paris ce 1 Avril 1775[1]

Aussitot que j'ai appris, Monsieur, et tres illustre Confrere, que vous n'aviez point reçu la gratification qui devait vous être envoiée de la part du roi,[2] je n'ai point perdu un moment pour connaitre la cause de ce retard. C'etait un pur oubli, occasionné par les changemens du ministere;[3] et vous recevrez bientot une lettre de M. le Controleur general.[4] Je compte que l'on commencera aussi bientot à faire ici une edition de votre *Theorie de la manœuvre et de la construction des vaisseaux*[5]. C'est après avoir vu cet ouvrage, et avoir lu votre commentaire[6] sur Robins dans une traduction française manuscrite[7] que j'ai cru devoir proposer à un ministre ami des sciences et savant lui-même[8] de vous offrir cette faible recompense. Il n'a pas eu de peine à se decider sur mon temoignage appuié de celui de M. d'Alembert votre admirateur et votre ami. Il a jugé come nous qu'un genie tel que [le] votre appartient à toutes les nations, parce qu'il fait du bien à toutes, et qu'ainsi il a droit aux récompenses de tous les souverains.[9] J'ai été charmé de trouver cette occasion de vous doner une marque de l'admiration que vos ouvrages m'ont inspirée. Il y a quinze ans que je les étudie, et que je suis toujours également etonné de voir tant de profondeur unie à une si inepuisable fécondité. Mais, Monsieur et très illustre confrere, peut-être le disciple qui vous écrit cette lettre vous est-il absolument inconnu.[10] Je n'ose me flatter que jamais mes faibles ouvrages aient été jusqu'à vous. Je me traine dans la carriere où vous courrez; voila mon seul titre pour m'approcher de vous. Daignez recevoir mes souhaits pour que vous jouissiez longtems de votre gloire et les assurances de mon respect et de mon admiration puisque la distance où j'ai vecu de vous ne m'a point permis d'avoir d'autres sentimens que ceux qui ont le bonheur de vous connaitre personellement ne peuvent refuser à votre caractere et à vos Vertus.

Le M[arqu]is de Condorcet.

R 452
Original, 3 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, no 62, l. 57–58

[1] Annotation en haut de la première page: «Reçû au mois d'Avril 1775».

[2] Il s'agit de la gratification de 5000 livres ou 1000 roubles que Turgot, le 23 août 1774, alors qu'il était ministre de la Marine, avait demandé au roi d'accorder à Leonhard Euler pour une nouvelle édition de sa *Théorie complette de la manœuvre et de la construction des vaisseaux [...]* (Euler 1773 (E. 426); Euler 1978 (O. II 21), p. 82–222) ainsi que pour la traduction française des *Neue Grundsätze der Artillerie [...]* (Euler 1745 (E. 77); Euler 1922 (O. II 14), p. 1–409) d'après l'ouvrage *New principles of gunnery* de Benjamin Robins (Robins 1742; voir l'introduction et la lettre 1 (R 2654) de la correspondance Euler–Turgot). Les deux ouvrages furent effectivement publiés en France, en 1776 et 1783 respectivement (Euler 1776 (E. 426^2); Euler 1783 (E. 77B)), après avoir été soumis, le 29 juillet 1775, à l'Académie des sciences. Celle-ci leur accorda approbation et privilège à la suite d'un rapport de Laplace – cosigné par Dionis du Séjour – présenté lors de la séance du 6 septembre 1775 (voir pochette de cette séance aux archives de l'Académie des sciences de Paris).

[3] En effet, dès le 24 août 1774, lendemain du jour où il avait présenté au roi la lettre mentionnée *supra*, note 2, Turgot était passé du ministère de la Marine au Contrôle général des Finances. Ayant dès lors d'autres préoccupations, il ne veilla pas à l'exécution de cette décision à laquelle son successeur à la Marine ne paraît pas s'être intéressé. Voir Euler–Turgot, introduction.

[4] Cette lettre ne sera en fait envoyée que plus de six mois plus tard. Voir Euler–Turgot, lettre 1 (R 2654).

[5] Euler 1773 (E. 426). Voir *supra*, note 2.

[6] Euler 1745 (E. 77). Voir *supra*, note 2.

[7] Comme nous l'apprend une lettre de Condorcet à Turgot, écrite en juillet 1774, cette traduction avait été effectuée par Auguste de Keralio (voir Henry 1883, p. 179), qui était passionné par les mathématiques et rendait souvent service à Condorcet en se faisant le copiste de ses mémoires scientifiques. Par sa formation militaire, Keralio s'intéressait particulièrement à l'artillerie (voir Badinter 2008, p. 58, 60, 67). Voir aussi l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot.

[8] Il s'agit bien sûr de Turgot.

[9] Voir Euler–Turgot, introduction, note 7.

[10] On ne sait pas à quel moment Euler a pris connaissance de l'ouvrage *Du calcul intégral* de Condorcet (Condorcet 1765), dont une présentation, où le nom d'Euler est cité, figure dans les *Mém. Paris* (1765), 1768, histoire, p. 54–57. Cet ouvrage contient la première démonstration d'un théorème d'Euler, encore inédit, dont l'énoncé avait été communiqué à Condorcet par d'Alembert. Lorsque Euler a eu l'intention de publier à Berlin le mémoire «Theoreme analitique universel servant à reconnoitre si une formule differentielle quelconque est integrable ou non», Lagrange l'informa, vers la fin de 1770, que Condorcet avait déjà traité le sujet et fourni une démonstration. Finalement, le mémoire d'Euler ne fut pas publié (voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 59–60, 510–512).

2
Euler à Condorcet
[Saint-Pétersbourg], 3 (14) novembre 1775

[*Extraits de différentes Lettres de M. Euler à M. le Marquis de Condorcet.*]

L'intégrale de cette formule, $\frac{x^m - x^n}{\ell x} \cdot \frac{\partial x}{n}$,[1] prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, est $= \ell\,\frac{m}{n}$.[2]

L'intégrale de cette formule $\frac{x^{m-1}\partial x}{(1+x^n)\,\ell x}$, prise depuis $x=0$ jusqu'à $x=\infty$ est $= \ell.\text{tang.}\ \frac{m\pi}{n}$,[3] où π marque l'angle de 180 degrés.[4] [5]

R 453
Publié: *Mém. Paris* (1778), 1781, mémoires, p. 603 (Euler 1781a (E. 521); Euler 1920 (O. I 18), p. 69–70)

[1] Il y a ici une erreur d'impression; la formule correcte est: $\frac{x^m - x^n}{\ell\, x} \cdot \frac{\partial x}{x}$.

[2] Ce résultat figure déjà dans le mémoire «Nova methodus quantitates integrales determinandi» (Euler 1775a (E. 464), § 22), présenté le 10 (21) octobre 1774 à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg (*Protokoly* III, 1900, p. 152). Euler a aussi, en janvier 1775, communiqué cette formule à Lagrange dans le cas où $m = 2$ et $n = 1$ (R 1386: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 501–502). Ce dernier, dans sa réponse du 10 février de la même année, énonce une relation générale qui donne en particulier celle qu'Euler propose ici à Condorcet (R 1387: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 502–503. Voir aussi R 1388: *ibid.*, p. 505–506, pour la réponse d'Euler du 23 mars (3 avril) 1775). Cette intégrale apparaîtra aussi dans le mémoire Euler 1776b (E. 475) publié en 1776, puis dans de nombreux mémoires posthumes (Euler 1785 (E. 587), Euler 1789 (E. 629), Euler 1789a (E. 630), Euler 1793 (E. 653)).

[3] Il y a ici une erreur d'impression; la formule correcte est: $= \ell.\,\text{tang.}\ \frac{m\,\pi}{2\,n}$.

[4] Cette seconde relation proposée à Condorcet a été inspirée à Euler par un théorème donné par Lagrange dans sa lettre du 10 février 1775 (R 1387: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 503. Voir aussi R 1388: *ibid.*, p. 505, pour la réponse d'Euler du 23 mars (3 avril) 1775). Cette formule est démontrée dans le mémoire «Observationes in aliquot theoremata illustrissimi De La Grange» (Euler 1785 (E. 587), § 30–32; Euler 1920 (O. I 18), p. 169–170), présenté à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 13 (24) mars 1775 (*Protokoly* III, 1900, p. 174) et publié de manière posthume en 1785. Cf. lettre 4 (R 454), note 3.

[5] La lettre suivante (R 457), qui est sans doute la réponse de Condorcet à la présente lettre d'Euler, permet d'avoir une idée plus complète du contenu de celle-ci, par-delà ce court extrait publié dans les *Mém. Paris*. On peut ainsi penser que cette lettre R 453 faisait suite à la première lettre de Condorcet (R 452) de même qu'à la première lettre de Turgot (R 2654), après qu'Euler ait reçu la gratification promise pour ses ouvrages (voir l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot).

3
Condorcet à Euler
[Paris], 15 décembre [1775]

Ce 15 Xbre[1]

Je suis charmé, mon cher et illustre Confrere, que vous n'ayez point perdu sur Vos lettres de change, car les operations de la banque sont vraisemblablement la seule branche de calcul à laquelle vous n'ayez point fai[t] faire quelque progrès.[2]

M. de Fouchi m'a promis un récépissé de la piece des Cometes à laquelle vous vous intéressés, l'auteur ne doit d'ailleurs avoir aucune inquiétude. Je n'ai pu lire encore qu'une partie de cet ouvrage, la méthode m'a paru bien élégante et bien simple, et je suis persuadé qu'appliquée par des mains habiles à une comete en particulier elle donnerait des résultats très exacts.[3]

J'ai cherché la démonstration de la premiere des deux formules que vous avez bien voulu m'envoier[,] voici ce que j'ai trouvé.[4] Je serai fort aise de savoir si vous êtes content de ma méthode et si elle a quelque rapport à la votre[;] rien ne pourrait être plus glorieux pour moi que cette ressemblance.

Soit donc $\int \frac{x^m}{\ell\, x}\,\frac{\partial x}{x}$ don[t] on cherche la valeur depuis $x=0$ jusqu'à $x=1$.[5] J'ai en géneral

$$\int \frac{x^m}{\ell\, x}\,\frac{\partial x}{x} = x^m \cdot \frac{1}{m\,\ell\, x} + \frac{1}{m^2\,\ell\, x^2} + \frac{2}{m^3\,\ell\, x^3} + \frac{2\cdot 3}{m^4\,\ell\, x^4} \text{ etc.}$$

Ainsi sa valeur depuis $x=X$ jusqu'à $x=X'$ sera

$$\begin{aligned} &X'^m \cdot \frac{1}{m\,\ell\, X'} + \frac{1}{m^2\,\ell\, X'^2} + \frac{2}{m^3\,\ell\, X'^3} + \frac{2\cdot 3}{m^4\,\ell\, X'^4} \text{ etc.}\\ &-X^m \cdot \frac{1}{m\,\ell\, X} + \frac{1}{m^2\,\ell\, X^2} + \frac{2}{m^3\,\ell\, X^3} + \frac{2\cdot 3}{m^4\,\ell\, X^4} \text{ etc.}\end{aligned}$$

Pour trouver maintenant la valeur de cette serie en m, je la differentie et la difference devient

$$\begin{aligned} X'^m \cdot \frac{\partial m}{m} &+ \frac{\partial m}{m^2\,\ell\, X'} + \frac{2\partial m}{m^3\,\ell\, X'^2} + \frac{2\cdot 3\cdot \partial m}{m^4\,\ell\, X'^3} \text{ etc.}\\ &- \frac{\partial m}{m^2\,\ell\, X'} - \frac{2\partial m}{m^3\,\ell\, X'^2} - \frac{2\cdot 3\,\partial m}{m^4\,\ell\, X'^3} \text{ etc.}\\ -X^m \cdot \frac{\partial m}{m} &+ \frac{\partial m}{m^2\,\ell\, X} + \frac{2\partial m}{m^3\,\ell\, X^2} + \frac{2\cdot 3\cdot \partial m}{m^4\,\ell\, X^3} \text{ etc.}\\ &- \frac{\partial m}{m^2\,\ell\, X} - \frac{2\partial m}{m^3\,\ell\, X^2} - \frac{2\cdot 3\cdot \partial m}{m^4\,\ell\, X^3} \text{ etc.}\end{aligned}$$

$= X'^m - X^m \cdot \frac{\partial m}{m}$ en otant ce qui se détruit[.]

Mais lorsque $X'=1$ et $X=0$, $X'^{\,m} - X^{\,m} = 1$, donc alors la valeur de $\int \frac{x^{\,m}}{\ell\, x}\,\frac{\partial x}{x}$ prise depuis $x=0$ jusqu'à $x=1$ est $\int \frac{\partial m}{m} = \ell\, m$,[6] de même $\int \frac{x^{\,n}}{\ell\, x}\,\frac{\partial x}{x}$ prise entre les mêmes limites est $\ell\, n$, et la valeur de $\int \frac{x^{\,m} - x^{\,n}}{\ell\, x}\,\frac{\partial x}{x}$ est $\ell\,\frac{m}{n}$, come vous l'avez trouvé.

En general[7] si l'on cherche des valeurs particulieres de $\int A\,\partial x$ où A contient des coefficiens ou des exposans indeterminés[,] appelant X et X' les deux valeurs de x entre lesquelles on prend l'intégrale et Z, Z' les valeurs de A corré[s]pondantes à $x=X'$, $x=X$,[8] et m, n etc. les coefficiens ou exposans indéterminés[,] on aura la differentielle de la valeur cherchée egale à

$$dm\left(\int \frac{\partial Z'}{\partial m}\,\partial X' - \int \frac{\partial Z}{\partial m}\,\partial X\right) + dn\left(\int \frac{\partial Z'}{\partial n}\,\partial X' - \int \frac{\partial Z}{\partial n}\,\partial X\right) \text{ etc.}$$

et par consequent on aura les intégrales particulieres pour toutes les valeurs de X' et X où la differentielle précedente sera intégrable par rapport à m, n etc. Or il y a plusieurs cas où l'on peut trouver $\int \frac{\partial Z'}{\partial m}\,\partial X'$ en termes finis quoique l'on ne puisse pas avoir $\int Z'\,\partial X'$[.] Par exemple nous avons ici $\int \frac{X'^{\,m}}{\ell\, X'}\,\frac{\partial X'}{X'}$ dont nous ne connaissons pas l'intégrale finie[,] au lieu que diffe[rentiant] Z' par rapport à m nous avons $\int X'^{\,m}\,\frac{\partial X}{X} = \frac{X^{\,m}}{m}$[9] et par consequent

$$dm \cdot \left(\int \frac{\partial Z'}{\partial m}\,\partial X' - \int \frac{\partial Z}{\partial m}\,\partial X\right) = X'^m - X^m \cdot \frac{\partial m}{m},$$

come je l'ai trouvé ci-d[essus] par les Séries. Ainsi toutes les fois que $\ell\, x$ est denominateur et que A ne contient que des $x^{\,m}$, $x^{\,n}$, on fera disparai[tre] $\ell\, x$[.]

Je n'ai pas eu le tems de calculer votre seconde formule mais je crois que la même méthode s'y appliquerait.

Recevez je vous prie, mon cher et illustre confrere les assurances de mon respect et de mon attachement.

Le M[arqu]is de Condorcet

J'ai achevé la piece des Cometes[.] Le Theorême qui la termine est très curieux et fait tout esperer de la bonté de la méthode.[10]

R 457
Original, 4 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, n° 62, l. 286–287

[1] Cette lettre avait été datée par erreur du 16 décembre 1776 dans l'inventaire figurant dans Euler 1975 (O. IVA 1), p. 90, et numérotée R 457. Nous rétablissons ici sa place dans la chronologie.

[2] Ceci est une allusion à la gratification reçue par Euler pour la publication en France de deux de ses ouvrages (Euler 1773 (E. 426) et Euler 1745 (E. 77)). Voir lettre 1 (R 452) ainsi que l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot.

[3] Condorcet évoque ici le mémoire envoyé de Saint-Pétersbourg pour le prix Rouillé de Meslay de l'Académie des sciences de Paris pour l'année 1776 qui s'avèrera être de Nicolaus Fuss (N. Fuss 1785). Le sujet du prix était: «La théorie des perturbations que les Comètes peuvent éprouver par l'action des Planètes» (*Mém. Paris* (1774), 1778, histoire, p. 71). La pièce – sans doute la seule parvenue à l'Académie – a été prise pour lecture le 9 décembre 1775 par Condorcet qui l'a remise le 20 décembre suivant (Archives de l'Académie des sciences de Paris, dossier «Prix-manuscrits»). On trouvera des informations complémentaires à la note 2 de la lettre 5 (R 455) et dans les annexes 3 et 4.

[4] La présente lettre apparaît donc comme la réponse de Condorcet à la lettre d'Euler du 3 (14) novembre 1775 (R 453). Le début donne une idée du contenu de celle-ci, par-delà l'extrait publié par Condorcet.

[5] Juste après les trois extraits de lettres d'Euler (Euler 1781a (E. 521): R 453, R 454, [R 456a]), Condorcet présente sa propre solution: «J'ai cru pouvoir joindre ici une autre Démonstration de deux des Théorèmes précédens, quoique la méthode qui y est employée soit fort inférieure à celle de M. Euler; mais il peut être quelquefois utile de voir comment différentes routes peuvent conduire aux mêmes vérités.» Le passage qui suit de la lettre à Euler peut donc être comparé avec Condorcet 1781, p. 609–610 (Euler 1920 (O. I 18), p. 78).

[6] Condorcet oublie ici d'ajouter une constante d'intégration C. On peut penser qu'il s'agit de l'erreur qu'il évoque plus tard dans sa lettre du 1er avril 1776 (voir lettre 5 (R 455), note 7) et qui est corrigée dans le texte Condorcet 1781, p. 610. Cependant, comme Euler l'indique dans le mémoire «Nova methodus quantitates integrales determinandi» (Euler 1775a (E. 464), p. 78–79; Euler 1915 (O. I 17), p. 433), la constante est ici infinie. En effet, l'intégrale $\int_0^1 \frac{x^m}{\ell\, x}\,\frac{dx}{x}$, égale à $\int_0^1 \frac{dy}{\ell\, y}$, est divergente, contrairement à $\int_0^1 \frac{x^m - x^n}{\ell\, x}\,\frac{dx}{x}$, d'où le «paradoxe» signalé par Lagrange dans sa lettre à Euler du 10 février 1775 (R 1387: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 503). Voir à ce propos la réponse d'Euler à Lagrange du 23 mars (3 avril) 1775 (R 1388: *ibid.*, p. 506) et le mémoire «Observationes in aliquot theoremata illustrissimi de la Grange» (Euler 1785 (E. 587)), p. 19–22; Euler 1920 (O. I 18),

p. 159–161), remis à l'Académie de Saint-Pétersbourg le 13 (24) mars 1775 (*Protokoly* III, 1900, p. 174).

[7] Comparer le passage qui suit avec Condorcet 1781, p. 611–613 (Euler 1920 (O. I 18), p. 79–80).

[8] Il faut lire: $x = X$, $x = X'$. (Avec la formule qui suit, on a un exemple de la tendance de Condorcet à mal choisir ses notations, ce qui a souvent contribué à rendre ses écrits mathématiques difficiles d'accès).

[9] Il faut lire: $\int X'^{\,m} \frac{\partial X'}{X'} = \frac{X'^{\,m}}{m}$.

[10] Voir *supra*, note 3. La bonne opinion manifestée par Condorcet sur ce mémoire ne sera pas partagée par d'Alembert (voir introduction, note 29). Le prix ne sera d'ailleurs pas décerné en 1776 (voir lettre 5 (R 455), note 2).

4
Euler à Condorcet
[Saint-Pétersbourg], 2 (13) février 1776

[*Démonstration des deux Théorèmes précédens.*]

Soit Q une fonction quelconque des deux variables x et y, et qu'on cherche la quantité Z, telle que $\left(\frac{\partial\partial Z}{\partial x\,\partial y}\right) = Q$, où il s'agit d'une double intégration; l'une où la seule x est prise pour variable, et l'autre où la seule y varie; la première devra être étendue depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, et l'autre depuis $y = 0$ jusqu'à $y = n$: par la nature de telles formules, on aura donc d'une double manière ou $Z = \int \partial x \int Q\,\partial y$, ou $Z = \int \partial y \int Q\,\partial x$. Maintenant, qu'on suppose $Q = x^y$, et on aura $\int Q\,\partial y = \frac{x^y}{\ell\,x} - \frac{1}{\ell\,x}$, afin que cette intégrale évanouisse lorsque $y = 0$. Soit donc à présent $y = n$, et nous aurons $\int Q\,\partial y = \frac{x^n-1}{\ell\,x}$, et partant $Z = \int \frac{(x^n-1)\,\partial x}{\ell\,x}$; ensuite nous aurons $\int Q\,\partial x = \frac{x^{y+1}}{y+1}$, qui évanouit lorsque $x = 0$; posant donc $x = 1$, il en résulte $\int Q\,\partial x = \frac{1}{y+1}$, et de-là, $Z = \int \frac{\partial y}{y+1} = \ell\,(y+1)$, (expression qui disparoît lorsque $x = 0$). Qu'on fasse donc $y = n$, et l'on aura $Z = \ell\,(n+1)$; par conséquent, il est certain que cette intégrale $\int \frac{\partial x\,(x^n-1)}{\ell\,x}$, prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, est $\ell\,(n+1)$.[1]

Pour l'autre formule intégrale plus compliquée que je vous avois communiquée, j'avois supposé $Q = \frac{x^{m-y}+x^{m+y}}{(1+x^{2m})x}$; de-là, prenant d'abord x constante à cause de $\int x^{m-y}\partial y = -\frac{x^{m-y}}{\ell\,x}$ et de $\int x^{m+y}\,\partial y = \frac{x^{m+y}}{\ell\,x}$, on aura $\int Q\,\partial y = \frac{x^{m+y}-x^{m-y}}{(1+x^{2m})\,x\,\ell\,x}$, ce qui devient $= 0$ posant $y = 0$. Faisant donc $y = n$, on aura $\int Q\,\partial y = \frac{x^{m+n}-x^{m-n}}{(1+x^{2m})\,x\,\ell\,x}$, et partant $Z = \int \frac{(x^{m+n}-x^{m-n})\,\partial x}{(1+x^{2m})\,x\,\ell\,x}$.

L'autre intégration donne d'abord

$$\int Q\,\partial x = \int \frac{(x^{m-y}+x^{m+y})\,\partial x}{(1+x^{2m})\,x},$$

dont l'intégrale doit être étendue depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$; or pour ce cas, j'ai démontré autrefois[2] que cette intégrale se réduit à cette forme, $\frac{\pi}{2m\cos.\frac{\pi y}{2m}}$; d'où nous tirons $Z = \int \frac{\pi\,\partial y}{2m\cos.\frac{\pi y}{2m}}$. Pour cette forme, posons $\frac{\pi y}{2m} = \varphi$ pour avoir

$$Z = \int \frac{\partial\varphi}{\cos.\varphi} = \int \frac{\partial\varphi}{\sin.(90^{\mathrm{d}}+\varphi)},$$

dont l'intégrale est $\ell\,.\,\mathrm{tang.}\,(45^{\mathrm{d}} + \frac{1}{2}\varphi)$, et partant $Z = \ell\,.\,\mathrm{tang.}\,\left(45^{\mathrm{d}} + \frac{\pi y}{4m}\right)$, qui en effet s'évanouit prenant $y = 0$. Faisons donc $y = n$, et nous aurons $Z = \ell\,.\,\mathrm{tang.}\,\left(45^{\mathrm{d}} + \frac{\pi n}{4m}\right)$; d'où il est clair que sous les conditions présentes, on aura

$$\int \frac{(x^{m+n-1} - x^{m-n-1})\,\partial x}{(1 + x^{2m})\,\ell\,x} \begin{Bmatrix} \text{depuis} & x = 0 \\ \text{jusqu'à} & x = 1 \end{Bmatrix} = \ell\,.\,\mathrm{tang.}\,\left(45^{\mathrm{d}} + \frac{\pi n}{4m}\right).$$ [3]

Par ces deux exemples, on verra aisément que cette spéculation mérite toute l'attention des Géomètres. La première idée qui m'a conduit à cette recherche, étoit tirée d'un principe entièrement différent, que voici.[4] J'avois considéré cette formule $\int \frac{(x-1)\,\partial x}{\ell\,x}$, où au lieu de $\ell\,x$ j'ai écrit cette valeur $\frac{x^{\omega}-1}{\omega}$, en supposant ω infiniment petit, ou bien $\ell\,x = i\,(x^{\frac{1}{i}} - 1)$, en prenant pour i un nombre infiniment grand.[5] Qu'on pose à présent $x^{\frac{1}{i}} = z$, ou bien $x = z^i$, où il faut remarquer que les termes de l'intégration $x = 0$ et $x = 1$ se réduisent à $z = 0$ et à $z = 1$; cette valeur étant substituée, transforme notre formule en celle-ci, $\frac{(z^i-1)\,z^{i-1}\,\partial z}{z-1}$; or la fraction $\frac{z^i-1}{z-1}$ ou bien $\frac{1-z^i}{1-z}$, se réduit à la série

$$1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{i-1},$$

qui étant multipliée et intégrée, donne

$$\frac{z^i}{i} + \frac{z^{i+1}}{i+1} + \frac{z^{i+2}}{i+2} + \frac{z^{i+3}}{i+3} + \cdots + \frac{z^{2i-1}}{2i-1},$$

et posant $z = 1$, la valeur cherchée sera

$$\frac{1}{i} + \frac{1}{i+1} + \frac{1}{i+2} + \frac{1}{i+3} + \frac{1}{i+4} + \cdots + \frac{1}{2i-1},$$

dont la valeur est $\ell\,2$, de sorte que

$$\int \frac{(x-1)\,\partial x}{\ell\,x} \begin{Bmatrix} \text{depuis} & x = 0 \\ \text{jusqu'à} & x = 1 \end{Bmatrix}$$

est $= \ell\,2$.

Pour démontrer la somme de la série trouvée qu'on appellera A, on n'a qu'à remarquer que

$$\begin{aligned} A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{i-1} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+1} + \frac{1}{i+2} + \frac{1}{i+3} + \cdots \\ \cdots + \frac{1}{2i-1} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{1-i}\right), \end{aligned}$$

où, parce que la série supérieure contient deux fois plus de termes que l'inférieure, on n'a qu'à soustraire chaque terme de la dernière de la supérieure alternativement, et l'on aura

$$\begin{aligned} A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{i-1} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i-1} \cdots \\ \cdots + \frac{1}{2i-1} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \text{etc.} \end{aligned}$$ [6]

ou bien

$$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \text{etc.} = \ell\,2.$$

[*Autre Théorème.*][7]

En prenant les lettres α, β, γ, δ, etc. pour marquer les coëfficiens d'un binome élevé à l'exposant n, de sorte que

$$(1 + x)^n = 1 + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 + \delta x^4 + \text{etc.}$$

on aura toujours

$$1+\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2+\text{etc.}=\frac{2}{1}\cdot\frac{6}{2}\cdot\frac{10}{3}\cdot\frac{14}{4}\cdots\frac{4n-2}{n},$$

par exemple, si $n=6$, on aura $\alpha=6$, $\beta=15$, $\gamma=20$, $\delta=15$, $\varepsilon=6$, $\zeta=1$, et les suivans $=0$; et partant on aura

$$1+6^2+15^2+20^2+15^2+6^2+1=\frac{2}{1}\cdot\frac{6}{2}\cdot\frac{10}{3}\cdot\frac{14}{4}\cdot\frac{18}{5}\cdot\frac{22}{6},$$

dont la démonstration directe me paroît extrêmement difficile.

R 454
Publié: *Mém. Paris* (1778), 1781, mémoires, p. 603–606 (Euler 1781a (E. 521); Euler 1920 (O. I 18), p. 70–74)

[1] Euler démontre ici la première formule dans le cas particulier où le second exposant est égal à 1 (cf. lettre 2 (R 453), note 2).

[2] Voir le § 3 du mémoire «De valore formulae integralis $\int \frac{z^{\lambda-\omega} \pm z^{\lambda+\omega}}{1 \pm z^{2\lambda}} \cdot \frac{dz}{z}(\ell\, z)^{\mu}$ casu, quo post integrationem ponitur $z=1$» (Euler 1775 (E. 463); Euler 1915 (O. I 17), p. 389), présenté à l'Académie de Saint-Pétersbourg le 3 (14) octobre 1774 (*Protokoly* III, 1900, p. 150). Cf. Euler 1932 (O. I 19), p. XXXVIII, note 2.

[3] La deuxième formule que démontre Euler dans cette lettre est donc:

$$\int_0^1 \frac{(x^{m+n-1}-x^{m-n-1})\,dx}{(1+x^{2m})\,\ell\, x}=\ell\left[\operatorname{tang}\frac{\pi\,(m+n)}{4m}\right].$$

Cette démonstration figure dans le § 30 de son mémoire «Nova methodus quantitates integrales determinandi» (Euler 1775a (E. 464); Euler 1915 (O. I 17), p. 439–440), présenté le 10 (21) octobre 1774 à l'Academie des sciences de Saint-Pétersbourg (*Protokoly* III, 1900, p. 152), de même que celle de la première formule (*ibid.*, § 21–22), comme exemple d'application de la méthode utilisant l'intégration d'une fonction de deux variables de deux façons différentes. Sur les diverses occurrences de cette formule, voir Euler 1932 (O. I 19), p. XLII, note 1. Curieusement, la démonstration que donne ici Euler n'est donc pas celle de la seconde formule qu'il avait proposée à Condorcet dans sa lettre du 3 (14) novembre 1775, formule qui lui a été indiquée par Lagrange postérieurement à Euler 1775a (cf. lettre 2 (R 453), note 4).

[4] Cf. les §§ 3–5 du mémoire «Nova methodus quantitates integrales determinandi» (Euler 1775a (E. 464); Euler 1915 (O. I 17), p. 425–426).

[5] Sur ce mode d'expression des logarithmes hyperboliques chez Euler, voir le mémoire «De la controverse entre Mrs. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres negatifs et imaginaires» (Euler 1751 (E. 168), p. 156–157; Euler 1915 (O. I 17), p. 210–211).

[6] Il faut lire $+\frac{1}{i+1}$ après $\frac{1}{i}$.

[7] La présentation de Condorcet semble inclure cet «autre théorème» dans la présente lettre du 2 (13) février 1776, mais il ne l'évoque pas dans sa lettre à Euler du 1er avril (R 455) et le considère seulement dans celle du 10 juillet (R 456). Il nous semble donc plus cohérent de situer la présence de ce théorème sur la somme des carrés des coefficients du binôme dans une lettre manquante d'Euler postérieure à la lettre R 455 (voir lettre 6 (R 456), note 6). Par contre, on peut conjecturer qu'y figurait l'énoncé de deux autres théorèmes (voir lettre 5 (R 455), note 4).

5
Condorcet à Euler
[Paris], 1er avril [1776]

Ce 1 Avril [1776],[1]

L'academie des sciences, mon cher et illustre Confrere, a jugé à propos de remettre le prix des Cometes. La piece envoiée de Petersbourg quoique faite avec beaucoup d'Elegance, et renfermant un Théorème très intéressant pour les méthodes d'approximation, ne lui a point paru répondre à ses vues. Elle lui a accordé des éloges en réservant le prix. Il sera facile à l'auteur de cette piece qui est surement un très habile analiste d'y ajouter ce que l'académie a regretté de ne pas trouver dans son ouvrage.[2]

Vos deux Théorèmes sont très beaux,[3] [4] la démonstration en est surement difficile à trouver. Je n'ai pu m'en occuper come je l'aurais voulu, mais elle m'a poursuivi et j'en ai trouvé une, mais que je vous propose avec beaucoup de défiance parce que surement la votre est bien meilleure. Puisque la courbe est algebrique et que $\int \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{\partial V}{V}$ [5] il faut que faisant $x = \frac{A}{B}$, $y = \frac{C}{B}$, où A, B, C sont des fonctions algebriques entieres de x et y[,] la formule sous le signe devienne $\frac{\partial V}{V}$ ou que $\partial x^2 + \partial y^2$ devienne $\frac{\partial V^2}{V^2}$[;] mais $\partial x^2 + \partial y^2$ est divisé par B^4, donc il faut que le numerateur le soit par B^2, donc il faut que $\frac{A^2+C^2}{B^2}$[,][6] donc $A + C\sqrt{-1}$ ou $A - C\sqrt{-1}$ par B^2 ou tous deux par B donc A et C par B ce qui est contre l'hypothese. Il y aurait beaucoup à ajouter à cette démonstration pour la compléter, et la mettre hors d'atteinte.

Quant à la seconde voici ce que je trouve.

J'ai $\sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{\partial V}{\sqrt{1-V^2}}$. Soit $x = Y$ fonction de x, y algebrique par l'hypothese, pour que mettant pour x cette valeur[,] pour y une autre valeur en x et y[,] j'aie une formule qui soit égale à $\frac{\partial V}{\sqrt{1-V^2}}$ soit immédiatement soit en supposant l'équation de la courbe, il faut faire $y = \sqrt{1 - Y^2}$[,] donc si $x = Y$, y egalera $\sqrt{1 - Y^2}$, donc $y = \sqrt{1 - x^2}$.

Cette méme méthode demonstrerait aussi le premier Théorême.

Si vous avez reçu ma seconde lettre vous aurez vu que j'ai réparé l'inadvertance de ma 1ere démonstration du Théorême sur les differences particulieres.[7] Je n'ai pas besoin des series pour le démontrer come je vous [ai] mandé dans ma premiere lettre.

J'ai beaucoup pensé à ces intégrales particulieres pour tacher d'en avoir une Théorie génerale, et je n'ai pu y parvenir.[8]

Vos livres sont chez l'imprimeur, et j'aurai soin d'éxécuter vos ordres à cet égard.[9]

Recevez les assurances de mon attachement de mon admiration de mon respect.

Le M[arqu]is de Condorcet

R 455
Original, 3 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, no 62, l. 197–198r
Adresse: «A Monsieur / Monsieur L. Euler directeur de / l'academie impériale / à Petersbourg» (l. 198v)

[1] Annotation en haut de la première page: «Reçu le 6 de Mai 1776».

[2] Un rapport académique daté du 29 mars 1776 – signé par Cassini de Thury, Le Monnier, Condorcet, Bossut et d'Alembert – indique que la pièce «renferme des recherches estimables», mais qui laissent «encore beaucoup à désirer»; en conséquence, l'Académie ne donne pas le prix et propose le même sujet pour l'année 1778 (manuscrit du rapport et version imprimée dans le dossier cité à la note 3 de la lettre 3, R 457). Nicolaus Fuss enverra un supplément et son mémoire (N. Fuss 1785) obtiendra alors le prix, résultat annoncé lors de la séance du 29 avril 1778 de l'Académie des sciences. Cependant, il s'agira seulement d'un prix simple alors qu'il aurait dû être double, l'Académie déclarant n'avoir «pas trouvé dans cet Ouvrage une solution du problème aussi complète que l'état actuel de l'analyse la mettoient en droit de l'exiger» (*Mém. Paris* (1778), 1781, histoire, p. 47). D'Alembert avait poussé Lagrange à envoyer un mémoire pour le prix de 1778 (voir introduction, note 29), ce qui aurait sérieusement concurrencé la pièce dont on savait qu'elle provenait de l'entourage d'Euler. Lagrange n'envoya cependant pas de mémoire cette fois-là, par manque de temps semble-t-il, mais il obtiendra le prix de l'année 1780, lequel portera sur le même sujet et sera double (*Mém. Paris* (1780), 1784, histoire, p. 44; Lagrange 1785).

[3] Les démonstrations esquissées par Condorcet permettent de reconnaître les deux «théorèmes» en question. Il s'agit de ceux qu'Euler avait déjà énoncés dans sa lettre à Lagrange du 9 (20) mars 1770 (R 1380: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 478) et qu'il avait rappelés dans celle du 23 mars (3 avril)

1775 (R 1388: *ibid.*, p. 507), en précisant qu'il n'en avait pas encore de démonstration. Les voici, dans l'ordre considéré ici:

- Théorème I: «Il n'y a point de courbe algebrique, dont un arc quelconque soit égal au logarithme d'une fonction quelconque».
- Théorème II: «Hormis le cercle, il n'y a point de courbe algebrique dont un arc quelconque soit égal à un arc de cercle».

Euler leur a par la suite consacré le mémoire «Theoremata quaedam analytica quorum demonstratio adhuc desideratur» (Euler 1785a (E. 590)), présenté le 1$^{\text{er}}$ (12) mai 1775 à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg (*Protokoly* III, 1900, p. 178). En fait, il s'est aperçu lui-même plus tard de la fausseté du second théorème (voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 481, notes 6 et 7). Ce type d'énoncés faisait partie du domaine qu'Euler nommait analyse des infinis indéterminée (voir introduction, note 22).

[4] Nous pensons que ces deux théorèmes proposés par Euler figuraient dans la lettre R 454 du 2 (13) février, dont Condorcet a seulement publié des extraits. L'hypothèse d'une lettre perdue d'Euler postérieure à R 454 est, en effet, peu probable car il y aurait certainement accusé réception de la lettre manquante de Condorcet que celui-ci évoque plus loin (voir *infra*, note 7) en s'interrogeant sur sa réception.

[5] Il faut ajouter le signe d'intégration au second membre de cette équation.

[6] Condorcet veut sans doute exprimer ici: il faut que $A^2 + C^2$ soit divisible par B^2.

[7] La première lettre de Condorcet sur le sujet était celle du 15 décembre 1775 (R 457), la seconde lettre évoquée ici est donc une lettre manquante de Condorcet qui s'est sans doute croisée avec la lettre d'Euler du 2 (13) février 1776 (R 454). On peut penser que l'inadvertance qui y est corrigée est l'oubli de la constante d'intégration (voir lettre 3 (R 457), note 6).

[8] Condorcet a repris ce thème dans la section V – intitulée «Des intégrales pour certaines valeurs déterminées» et déposée à l'Académie des sciences de Paris le 7 mai 1780 – de la 2$^{\text{e}}$ partie de son *Traité du calcul intégral* resté inédit (Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 878, f$^{\text{o}}$ 282–303 et Ms 879, f$^{\text{o}}$ 224–232). Cette section a sans doute été inspirée à Condorcet par sa correspondance avec Euler.

[9] Voir lettre 1 (R 452), note 2.

6
Condorcet à Euler
[Paris], 10 juillet [1776]

Ce 10 Juillet [1776]

Voici, mon illustre et respectable maitre, la démonstration d'une de vos propositions.[1]

Soit $\overline{1+x}^{\,n}$[2] $= 1 + Ax + Bx^2 \ \cdots$

$$1 + A^2 + B^2 + C^2 + D^2 \ \cdots \qquad = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdots 4n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n}.$$

Si à la place de n je mets $n+1$,[3] et que je nome alors Z la fonction proposée, il est clair que j'aurai

$$Z + \Delta Z = Z \cdot \frac{4n+2}{n+1},$$

mais A^2 devient dans ce cas

$$A^2 + 2A\,\Delta A + \Delta A^2[,]$$

B^2 devient $B^2 + 2B\,\Delta B + \Delta B^2$[,] etc. et de plus $\Delta A = 1$[,] $\Delta B = A$ et ainsi de suite[;] on aura donc

$$Z + \Delta Z = 2Z + 2A + 2AB + 2BC \text{ etc.}$$

d'où reduisant

$$\overline{n+1}\ \ \overline{A + AB + BC \ \text{ etc.}} = n \cdot 1 + A^2 + B^2 \text{ etc.}$$

mais

$$A = n, \quad AB = A^2 \cdot \frac{n-1}{2}, \quad BC = B^2 \cdot \frac{n-2}{3} \text{ etc.}$$

donc
$$n^2 + n + \frac{n+1\cdot n-1}{2}\,A^2 + \frac{n+1\cdot n-2}{3}\,B^2 + \frac{n+1\cdot n-3}{4}\,C^2 \text{ etc.}$$
$$= n + nA^2 + nB^2 + nC^2 \text{ etc.}$$
donc
$$n^2 + \frac{n^2-2n-1}{2}\,A^2 + \frac{n^2-4n-2}{3}\,B^2 + \frac{n^2-6n-3}{4}\,C^2 \text{ etc.} = 0[.]$$
Joignant ensemble les deux premiers termes[,] à cause [de] $n^2 = A^2$, leur somme sera $\frac{n^2-2n+1}{2}\,A^2 = 2B^2$.

Ajoutant cette somme au 3e terme il devient $\frac{n^2-4n+4}{3}\,B^2 = 3C^2$ ... et ainsi de suite... come il est aisé de voir. Or le dernier terme de la serie des A, B, C, etc. etant 1 la somme de tous les termes de la serie ci dessus egalée à zero[,] hors le dernier[,] sera egale à n, mais le dernier terme de cette même serie est $-\,n$ donc la somme totale sera zéro. Cette méthode peut s'appliquer à beaucoup de cas.

Quant à la formule que vous intégrez par les arcs de cercle quoiqu'elle ne puisse être rendue rationelle par des transformations: je n'en ai point été surpris. Je savais qu'il existait beaucoup de ces formules.[4]

Je n'ai pas encore eu le tems d'examiner l'autre serie dont vous paraissez désirer une démonstration directe.[5]

La maniere dont vous démontrez que $\int\sqrt{\partial x^2+\partial y^2} = \ell V$ ne peut avoir lieu dans les courbes algébriques ne me paraît pas suffisante.[6] J'avoue que celle que je vous ai proposée[7] peut être défectueuse. Je voudrais trouver mieux mais je crois cela fort difficile. Mais votre observation est toujours très ingénieuse et ces sortes de raisonemens, s'ils ne donnent de demonstrations rigoureuses des Théorêmes, servent à faire trouver des enoncés très piquans et dont la demonstration peut ouvrir le champ à des recherches fort importantes.

L'impression de votre *Theorie des vaisseaux* avance beaucoup.[8]

J'ai été assez heureux pour contribuer à faire donner à M. Lexell le titre de correspondant de notre academie, il honore ce titre par ses talens, et par son attachement pour vous qui doit le rendre respectable à tous ceux qui aiment le genie et la vertu.[9]

Adieu mon cher et illustre maitre. Comptez à jamais sur mon respect et mon tendre dévouement.[10]

R 456
Original, 3 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, nº 62, l. 254–255r
Adresse: «A Monsieur / Monsieur Euler directeur / de l'academie imperiale etc. / A Petersbourg» (l. 255v)

[1] Cette proposition sur la somme des carrés des coefficients du binôme figurait sans doute dans une lettre actuellement perdue qui répondait à la lettre 5 (R 455) de Condorcet. Voir la lettre 4 (R 454), note 7, et *infra*, note 6.

[2] Comme c'était encore le cas parfois à l'époque, Condorcet utilise ici un trait supérieur au lieu de parenthèses. L'oubli fréquent de ce trait rend certaines de ses formules ambiguës.

[3] Condorcet donne ici une démonstration par récurrence, plus satisfaisante d'ailleurs que celle publiée dans Condorcet 1781, p. 613–614 (Euler 1920 (O. I 18), p. 80–82). Condorcet a évoqué ce théorème d'Euler et la démonstration qu'il en a donné dans une lettre perdue à Lagrange du 6 août 1776 (voir la réponse de Lagrange du 3 janvier 1777 dans Lagrange, *Œuvres*, vol. 14, 1892, p. 41).

[4] Dans le cadre de ses nombreuses recherches de cette période sur l'intégration des différentielles irrationnelles, Euler a mis en évidence le cas de celles qui, bien qu'on ne voie pas a priori comment les rendre rationnelles, ont cependant une intégrale indéfinie s'exprimant à l'aide de logarithmes ou d'arcs circulaires. Voir notamment le mémoire «De integrationibus difficillimis, quarum integralia tamen aliunde exhiberi possunt» (Euler 1805 (E. 721); Euler 1932 (O. I 19), p. 369–389), présenté

à l'Académie de Saint-Pétersbourg le 31 mars (11 avril) 1777 (*Protokoly* III, 1900, p. 296). Le post-scriptum de la lettre de Fuss à Condorcet du 15 (26) mai 1778 (voir annexe 4) laisse à penser que la «formule» évoquée ici était $dx\,\frac{\sqrt{1+x^4}}{1-x^4}$. Il indique, en effet, qu'Euler avait d'abord cru que cette différentielle entrait dans la catégorie en question, avant de parvenir à montrer qu'elle pouvait être rendue rationnelle par une substitution globale adéquate. Euler fera la correction dans la lettre 7 ([R 456a]) (voir la note 8 de cette lettre).

[5] Il s'agit peut-être de la série figurant à la fin de la lettre 7 ([R 456a]) (Euler 1920 (O. I 18), p. 77).

[6] Cette allusion à une démonstration d'Euler du premier des deux théorèmes proposés précédemment (voir lettre 5 (R 455), note 3) montre l'existence d'une lettre d'Euler à Condorcet, actuellement perdue, à laquelle la présente lettre constitue une réponse. Cette lettre était vraisemblablement la réponse d'Euler à la lettre de Condorcet du 1^er avril 1776 (R 455); on est conduit à penser qu'elle contenait tous les énoncés évoqués par Condorcet ici, et notamment celui sur la somme des carrés des coefficients du binôme.

[7] Voir lettre 5 (R 455).

[8] Euler 1776 (E. 426^2). Cet ouvrage d'Euler sera effectivement publié à Paris en 1776 (voir lettre 1 (R 452), note 2).

[9] Anders Johan Lexell fut nommé correspondant de Lalande à l'Académie des sciences de Paris le 24 mai 1776 (voir aussi le post-scriptum de l'annexe 1). Il joua un rôle important auprès d'Euler, étant un de ses proches collaborateurs (voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 470, note 5).

[10] La signature manque.

7
Euler à Condorcet
[Saint-Pétersbourg], 12 (23) septembre 1776

[*Démonstration de ce Théorème.*][1]

En supposant
$$(1+z)^n = 1 + \left(\frac{n}{1}\right) z + \left(\frac{n}{2}\right) z^2 + \left(\frac{n}{3}\right) z^3 + \text{ etc;}^{[2]}$$
d'où l'on voit que $\left(\frac{n}{0}\right) = 1$, aussi-bien que $\left(\frac{n}{n}\right)$, et de-là il s'ensuit, que $\left(\frac{n}{p}\right) = \left(\frac{n}{n-p}\right)$; outre cela, il est clair que la valeur de la formule $\left(\frac{n}{p}\right)$ est toujours égale à zéro, tant dans les cas où p est un nombre négatif, que dans ceux où il est un nombre plus grand que n, ce qui s'entend des nombres entiers; ensuite, on sait que la valeur développée de ce caractère $\left(\frac{n}{p}\right)$ est $= \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{n-3}{4} \cdots \frac{n-p+1}{p}$.

Cela posé, si nous passons aux coëfficiens de la puissance suivante $(1+z)^{n+1}$, on sait qu'on aura $\left(\frac{n+1}{p+1}\right) = \left(\frac{n}{p}\right) + \left(\frac{n}{p+1}\right)$; de sorte que réciproquement $\left(\frac{n}{p+1}\right) + \left(\frac{n}{p+2}\right) = \left(\frac{n+1}{p+2}\right)$; ajoutons ces deux équations ensemble, et nous aurons
$$\left(\frac{n}{p}\right) + 2\left(\frac{n}{p+1}\right) + \left(\frac{n}{p+2}\right) = \left(\frac{n+1}{p+1}\right) + \left(\frac{n+1}{p+2}\right) = \left(\frac{n+2}{p+2}\right);$$
de la même manière, nous aurons
$$\left(\frac{n}{p+1}\right) + 2\left(\frac{n}{p+2}\right) + \left(\frac{n}{p+3}\right) = \left(\frac{n+2}{p+3}\right);$$
cette équation ajoutée à la précédente, donne
$$\left(\frac{n}{p}\right) + 3\left(\frac{n}{p+1}\right) + 3\left(\frac{n}{p+2}\right) + \left(\frac{n}{p+3}\right) = \left(\frac{n+2}{p+2}\right) + \left(\frac{n+2}{p+3}\right) = \left(\frac{n+3}{p+3}\right);$$
ensuite
$$\left(\frac{n}{p+1}\right) + 3\left(\frac{n}{p+2}\right) + 3\left(\frac{n}{p+3}\right) + \left(\frac{n}{p+4}\right) = \left(\frac{n+3}{p+4}\right),$$

qui, encore ajoutée à la précédente, donne

$$\begin{aligned}\left(\frac{n}{p}\right)+4\left(\frac{n}{p+1}\right)+6\left(\frac{n}{p+2}\right)+4\left(\frac{n}{p+3}\right)+\left(\frac{n}{p+4}\right)\\ =\left(\frac{n+3}{p+3}\right)+\left(\frac{n+3}{p+4}\right)=\left(\frac{n+4}{p+4}\right),\end{aligned}$$

et de-là il est aisé à conclure qu'on aura en général

$$1\left(\frac{n}{p}\right)+\left(\frac{m}{1}\right)\cdot\left(\frac{n}{p+1}\right)+\left(\frac{m}{2}\right)\cdot\left(\frac{n}{p+2}\right)+\left(\frac{m}{3}\right)\cdot\left(\frac{n}{p+3}\right)+\text{ etc. }=\left(\frac{n+m}{p+m}\right).$$

Voilà donc une progression bien générale, dont chaque terme est le produit de deux coëfficiens de puissances différentes du binome, dont le terme général peut être exprimé par la formule $\left(\frac{m}{x}\right)\cdot\left(\frac{n}{p+x}\right)$, où mettant pour x successivement les nombres 0, 1, 2, 3, 4, etc. jusqu'à ce qu'on parvienne à des termes évanouissans, la somme de toute cette progression sera infailliblement $=\left(\frac{n+m}{p+m}\right)=\left(\frac{n+m}{n-p}\right)$. C'est de-là que résulte le Théorème que je vous ai communiqué, en faisant $m=n$, et $p=0$, de sorte qu'il est un cas infiniment plus particulier, que la série que je viens de sommer ici. Dans ce cas, on aura cette sommation,

$$1^2+\left(\frac{n}{1}\right)^2+\left(\frac{n}{2}\right)^2+\left(\frac{n}{3}\right)^2+\text{ etc. }=\left(\frac{2n}{n}\right);$$

or cette formule développée donne

$$\frac{2n}{1}\cdot\frac{2n-1}{2}\cdot\frac{2n-2}{3}\cdot\frac{2n-3}{4}\cdots\frac{n+1}{n},$$

ce qui, comme il est aisé à démontrer, est égal à

$$\frac{2}{1}\cdot\frac{6}{2}\cdot\frac{10}{3}\cdot\frac{14}{4}\cdots\frac{4n-2}{n}.$$ [3]

Il est fort remarquable que cette sommation a aussi lieu, lors même que les exposans m et n sont des fractions quelconques, pourvu que par la voie d'interpolation, on puisse assigner la juste valeur de $\left(\frac{m+n}{m+p}\right)$; et si le développement n'a pas lieu dans ce cas, il faut recourir à des formules intégrales: or posant pour abréger $\ell\,\frac{1}{x}=u$, on aura toujours[4]

$$\left(\frac{m+n}{m+p}\right)=\frac{\int u^{m+n}\,\partial x}{\int u^{m+p}\,\partial x\cdot\int u^{n-p}\,\partial x}\ \left\{\begin{matrix}\text{de } x=0\\ \text{à } x=1\end{matrix}\right\}:$$

or, si λ marque un nombre entier positif quelconque, on sait qu'il y aura

$$\int u^{\lambda}\,\partial x=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdots\lambda,$$

et de-là on tirera

$$\begin{aligned}\int u^{\lambda+1}\,\partial x&=(\lambda+1)\int u^{\lambda}\,\partial x,\\ \int u^{\lambda+2}\,\partial x&=(\lambda+1)\cdot(\lambda+2)\int u^{\lambda}\,\partial x,\text{ etc.}\end{aligned}$$

et cette réduction aura toujours lieu, quelque nombre qu'on prenne pour λ. Prenant donc $\lambda=-\frac{1}{2}$, j'ai démontré autrefois[5] qu'on aura $\int\frac{\partial x}{\sqrt{u}}=\pi$,[6] et $\int\partial x\sqrt{u}=\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, π désignant la circonférence d'un cercle, dont le diamètre $=1$. Maintenant, si l'on met $m=n\,\frac{1}{2}\,\partial p=0$,[7] puisque les coëfficiens de $(1+z)^{\frac{1}{2}}$ sont

$$1+\frac{1}{2}-\frac{1\cdot1}{2\cdot4}+\frac{1\cdot1\cdot3}{2\cdot4\cdot6}-\frac{1\cdot1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6\cdot8}+\text{ etc.},$$

nous en tirons cette série des carrés,

$$1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\right)^2 + \left(\frac{1\cdot 1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 + \text{ etc.},$$

dont la somme sera

$$\frac{\int u\,\partial x}{\int \partial x\,\sqrt{u}\,\int \partial x\,\sqrt{u}} = \frac{4}{\pi},$$

à cause de

$$\int u\,\partial x = 1 \quad \text{et} \quad \int \partial x\,\sqrt{u} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

ce qui s'accorde parfaitement avec la somme qu'on trouve par la voie de l'approximation.[8]

[R 456a] (Dans l'inventaire de la correspondance d'Euler figurant dans Euler 1975 (O. IVA 1), p. 90, cette lettre ne porte pas de numéro de registre. Les pages correspondantes ont été incluses par erreur dans la référence de la lettre 4 (R 454). Mais comme il s'agit d'une lettre autonome, constituant une réponse à la lettre 6 (R 456), nous avons respecté la chronologie en lui donnant le numéro [R 456a]).
Publié: *Mém. Paris* (1778), 1781, mémoires, p. 606–609 (Euler 1781a (E. 521); Euler 1920 (O. I 18), p. 74–77)

[1] Voir la fin de la lettre 4 (R 454) et la note 5 de la lettre 6 (R 456).

[2] Euler note ici $(\frac{n}{p})$ les coefficients du binôme qui correspondent aux nombres de combinaisons que l'on écrit aujourd'hui C_n^p ou $\binom{n}{p}$. On trouve cette notation notamment dans le mémoire Euler 1794a (E. 663; voir *infra*, note 4). Cf. *infra*, note 3.

[3] Les résultats précédents figurent dans le mémoire «De mirabilibus proprietatibus unciarum, quae in evolutione binomii ad potestatem quamcunque evecti occurrunt» (Euler 1784 (E. 575); Euler 1927 (O. I 15), p. 528–568), présenté à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 13 (24) mai 1776 (*Protokoly* III, 1900, p. 241). On y trouve la notation $[\frac{n}{p}]$ pour les coefficients du binôme.

[4] On trouve les résultats qui suivent dans le mémoire «Plenior expositio serierum illarum memorabilium, quae ex unciis potestatum binomii formantur» (Euler 1794a (E. 663); Euler 1933 (O. I 16/1), p. 193–234), présenté à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 30 septembre (11 octobre) 1776 (*Protokoly* III, 1900, p. 259). Sur l'intégrale $\int_0^1 \left(\ell\,\frac{1}{x}\right)^l dx$, voir le mémoire Euler 1794 (E. 662), «De vero valore formulae integralis $\int \partial x\,(\ell\,\frac{1}{x})^n$ a termino $x = 0$ usque ad terminum $x = 1$ extensae», présenté lors de la même séance académique (Euler 1932 (O. I 19), p. 63–83). Cette intégrale correspond à la valeur $\Gamma(l+1)$ de la fonction gamma telle qu'elle est définie plus tard par Legendre, qui la nomme intégrale eulérienne de seconde espèce.

[5] Voir les § 16 et 28 du mémoire «Evolutio formulae integralis $\int x^{f-1}\,dx\,(\ell\,x)^{\frac{m}{n}}$ integratione a valore $x = 0$ ad $x = 1$ extensa» (Euler 1772 (E. 421); Euler 1915 (O. I 17), p. 324–325, 332). Cf. Euler 1920 (O. I 18), p. 77, note 1.

[6] Il y a une faute d'impression: l'intégrale vaut $\sqrt{\pi}$.

[7] Il s'agit d'une faute d'impression. Ce passage devrait être: $m = n = \frac{1}{2}$ et $p = 0$. Dans le volume Euler 1920 (O. I 18), p. 77, les éditeurs l'ont rendu par $m = n$ et $p = 0$, en oubliant $\frac{1}{2}$.

[8] Le post-scriptum de la lettre de Nicolaus Fuss du 15 (26) mai 1778 (voir annexe 4) et la lettre de Condorcet à Johann Albrecht Euler du 28 juin 1778 (annexe 5) permettent d'affirmer qu'il n'y a pas eu de réponse de Condorcet à cette lettre [R 456a] de Leonhard Euler – d'ailleurs dictée par ce dernier à Fuss. Ces documents montrent aussi que la présente lettre d'Euler contenait en outre un passage où il établissait que la différentielle $dx\,\frac{\sqrt{1+x^4}}{1-x^4}$ pouvait être rendue rationnelle par un changement de variable convenable. Cela correspondait au thème du mémoire «De integratione formulae $\int \frac{\partial x\sqrt{(1+x^4)}}{1-x^4}$, aliarumque eiusdem generis, per logarithmos et arcus circulares» (Euler 1794b (E. 668); Euler 1932 (O. I 19), p. 84–97), présenté à l'Académie de Saint-Pétersbourg le 16 (27) septembre 1776 (*Protokoly* III, 1900, p. 257). L'intégration indéfinie de cette différentielle à l'aide de fonctions logarithmiques et trigonométriques réciproques était aussi abordé au problème 13 du mémoire «Supplementum calculi integralis pro integratione formularum irrationalium» (Euler 1783a (E. 539); Euler 1920 (O. I 18), p. 102–109). Notons cependant que la constatation d'une

évolution d'Euler sur ce sujet entre le printemps et l'été 1776 (voir lettre 6 (R 456), note 4) conduit à penser que le texte du mémoire initial, présenté le 1er (12) mai 1775 à l'Académie de Saint-Pétersbourg (*Protokoly* III, 1900, p. 178), a été complété pour la publication dans les *Acta Ac. Pet.*

Annexes

Annexe 1
Lexell à Condorcet
Saint-Pétersbourg, 2 (13) décembre 1775

Monsieur le Marquis

Ayant communiqué à Monsieur Euler la solution d'un Probleme dont il s'etoit occupé, dans sa *Theorie sur la construction et manoeuvre des vaisseaux*[1], mais qu'il ne crojoit pas alors être resoluble que par approximation,[2] il m'a chargé de Vous en faire part, Monsieur, en cas que Vous en vouliez faire quelque usage pour la nouvelle édition de la *Theorie* de M. Euler, qui s'imprime à Paris.[3] Quoique je n'ose pas mettre quelque importance à ma solution, j'ai pourtant crû d'être obligé de me conformer à la volonté de M. Euler et je l'ai fait d'autant plus volontiers, plus cette occasion m'etoit favorable pour Vous temoigner Monsieur, la plus haute estime, que j'ai depuis long temps pour vos rares talents et mon admiration pour vos sublimes recherches dans les Mathematiques et je m'estimerai fort heureux, si Vous daigniez m'honorer de Votre bienveuillance.

En cas que l'impression du Livre de M. Euler n'est pas encore achevée et que Vous trouvez convenable, de faire quelque usage de ma solution,[4] je Vous supplie tres humblement Monsieur, d'y faire les corrections necessaires pour le Style et l'Orthographe, étant assuré comme je suis, que plusieurs fautes me seront échappés.[5]

Il s'agit dans ce Memoire, comme Vous le verrez, du Probleme que M. Euler s'avoit proposé de trouver la plus grande difference entre l'obliquité de la course d'un vaisseau et celle de la force poussante; quoique je suis persuadé que ma solution est bien exacte, en tant que le rapport, que M. Euler a donné entre ces obliquités à sçavoir Tang. α Tan $\psi =$ Tang. φ^2 est exactement vrai;[6] il me semble neanmoins que la maniere dont M. Euler a demontré ce rapport n'est pas tout à fait satisfaisante et qu'on pourroit avoir quelque raison de douter si l'angle ψ ne doit etre exprimé par quelque autre fonction de l'angle φ, que Tang φ^2 multiplié par une constante. En general il me paroit probable, quelque soit la figure du vaisseau, qu'il sera toujours Tang $\psi = A\left(\frac{e-\text{Cos }2\varphi}{f+\text{Cos }2\varphi}\right)$ la quelle équation est reductible à celle de M. Euler lorsque $e = 1$ et $f = 1$, il s'agit donc de prouver, que pour toutes les figures des vaisseaux il doit être $e = 1$ et $f = 1$, car autrement toute la solution du Probleme proposé deviendra inutile. Or comme on ne doit pas s'attendre à une précision Geometrique dans ces sortes de recherches il suffira sans doute, si le rapport donné par M. Euler s'approche de la verité.

Dans la *Theorie* de M. Euler il se trouve encore un autre Probleme bien remarquable, c'est celui où il s'agit de trouver le plus promt sillage,[7] mais M. Euler n'en a pû donner qu'une solution indirecte. En verité la solution de ce Probleme depend de la resolution d'une équation du cinquieme degré, qui se refuse même aux Methodes ordinaires d'approximation. C'est par cette raison que M. Euler a jugé à propos de chercher l'angle δ, en supposant les angles η et φ connus,[8] Pag. 283 de sa *Theorie*,[9] plus tot que l'angle φ en supposant δ connu. Ici j'aurai l'honneur de remarquer que la recherche de l'angle δ au moyen de la formule donnée par M. Euler, devient assez embarrassante, mais qu'on peut aisément changer cette formule dans une autre extremement facile et commode pour le calcul numerique. Puisque il est

$$\text{Tang }(\delta-\eta)\text{ Cot }\eta=\frac{2-\text{Tang }\eta\cdot\text{Tang }\varphi}{1-2\text{ Tang. }\eta\text{ Tang }\varphi}=\frac{2\text{ Cot }\eta-\text{Tang }\varphi}{\text{Cot }\eta-2\text{ Tang }\varphi}$$

et

$$\text{Cot }\eta=\text{Cot }\alpha\cdot\text{Tang. }\varphi^2,$$

en substituant pour Cot. η cette valeur on aura

$$\text{Tang }(\delta-\eta)\text{ Cot }\eta=\frac{2\text{ Cot }\alpha\text{ Tang }\varphi-1}{\text{Cot }\alpha\text{ Tang }\varphi-2}=\frac{2\text{ Tang }\varphi-\text{Tang }\alpha}{\text{Tang }\varphi-2\text{ Tang }\alpha}.$$

Supposons à present[10] Tang. $\theta=\frac{\text{Sin }(\varphi+\alpha)}{3\text{ Sin }(\varphi-\alpha)}$ et il sera

$$\text{Tang }(45^\circ+\theta)=\frac{1+\text{Tang }\theta}{1-\text{Tang }\theta}=\frac{3\text{ Sin }(\varphi-\alpha)+\text{Sin }(\varphi+\alpha)}{3\text{ Sin }(\varphi-\alpha)-\text{Sin }(\varphi+\alpha)}=\frac{2\text{ Tang }\varphi-\text{Tang. }\alpha}{\text{Tang }\varphi-2\text{ Tang }\alpha}$$

et par consequent Tang $(\delta-\eta)$ Cot $\eta=$ Tang $(45^\circ+\theta)$, ou bien Tang $(\delta-\eta)=$ Tang $\eta\cdot$ Tang $(45^\circ+\theta)$. Ainsi pour trouver l'angle δ, il n'y a qu'à chercher l'angle θ au moyen de l'équation Tang $\theta=\frac{\text{Sin }(\varphi+\alpha)}{3\text{ Sin }(\varphi-\alpha)}$ et il sera Tang $(\delta-\eta)=$ Tang $\eta\cdot$ Tang $(45^\circ+\theta)$.

Excusez Monsieur je Vous en supplie l'hardiesse que j'ai prise de Vous ennuyer peut être par mes foibles remarques et daignez être persuadé de la plus parfaite estime avec laquelle j'ai l'honneur d'être

Monsieur

Votre

Tres humble et tres obeissant

serviteur

Petersbourg ce $\frac{2}{13}$ Decemb[re] 1775 ⁄.

A. J. Lexell

Il y a deja deux ans que j'avois prié M. de la Lande de me procurer l'honneur d'être associé à l'Academie des Sciences de Paris, en qualité de son Correspondant, mais comme je n'ai reçu aucune reponse de lui sur cet Article, j'ose m'adresser à Vous Monsieur, pour Vous demander en[11] faveur en cas que Vous ne la trouvez pas trop au dessus de mes merites.[12]

Original, 4 p. – Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 867, f° 53–54
Publié: Euler, *Théorie complète de la construction et de la manœuvre des vaisseaux*, Paris 1776, p. 254–256 (Euler 1776 (E. 426^2)). Certains passages de la lettre, non directement scientifiques, n'y figurent pas.

[1] Euler 1773 (E. 426; Euler 1978 (O. II 21), p. 82–222).
[2] Il s'agit de la recherche, pour chaque type de vaisseau, du cas où la différence entre l'obliquité de la route et celle de la force poussante est la plus grande. Voir Euler, *Théorie complette de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux [...]* (Euler 1773 (E. 426)), 2e partie, chapitre IV, § 31 (Euler 1978 (O. II 21), p. 138).
[3] Voir la première lettre de Condorcet à Euler (R 452).
[4] Condorcet a effectivement ajouté dans l'édition de Paris de 1776 – Euler 1776 (E. 426[2]) – un *Supplément* qui comprend l'essentiel de la présente lettre et le mémoire de Lexell intitulé «Remarques sur le problème dans lequel il est proposé de trouver la plus grande différence entre l'obliquité de la route des vaisseaux, et celle de la force poussante» (Lexell 1776).
[5] Le contenu de la lettre de Lexell montre qu'il commet en effet beaucoup de fautes de français. Condorcet a suivi la proposition du savant scandinave et a largement modifié sur ce point la forme aussi bien de la lettre que du mémoire de Lexell, comme cela apparaît dans la version imprimée de la première.
[6] φ est l'obliquité de la route du vaisseau (la *dérive*) et ψ celle de la force poussante; tang α est une constante déterminée par les dimensions du vaisseau. Cf. Euler 1773 (E. 426), 2e partie, chapitre V, § 35.
[7] Ce problème est traité dans le chapitre V, intitulé «Sur le plus prompt sillage des vaisseaux; leur route et la direction du vent étant données», de la 3e partie de l'ouvrage d'Euler (Euler 1978 (O. II 21), p. 189–201).
[8] δ est l'angle constitué par la direction du vent et celle de la route du vaisseau; η est l'obliquité des voiles ($\eta + \psi$ vaut un angle droit).
[9] 3e partie, chapitre V, § 35 (Euler 1978 (O. II 21), p. 190).
[10] C'est ici que Lexell introduit un élément nouveau par rapport à Euler pour traiter ce second problème.
[11] Lexell a voulu exprimer: «cette faveur».
[12] Ce post-scriptum ne figure pas dans la version imprimée de la lettre de Lexell. Condorcet soutiendra la candidature du savant scandinave au poste de correspondant de l'Académie des sciences de Paris (voir lettre 6 (R 456) et annexe 7, note 7).

Annexe 2
Condorcet à J. A. Euler
[Paris], 10 mars [1777]

Ce 10 Mars [1777][1]

Monsieur et très illustre Confrere,

Recevez tous mes remercimens de l'honeur que l'academie a daigné me faire et auquel je n'avais d'autre titre que mon amour pour les sciences, mon respect pour votre illustre pere, et les bontés dont il m'honore.[2] Je vous supplie de vous charger de faire à l'academie l'homage de ma reconnaissance et du desir que j'aurais de me rendre digne d'elle.[3]

Je la prie de recevoir avec bonté un memoire que je vous envoie et de l'agréer come une faible marque de mon zele et de mon respect.[4] Je suis trop peu certain de pouvoir bien faire pour négliger de m'assurer du moins le mérite de l'empressement.

M. de La Lande[5] vous doit faire passer 4 exemplaires d'*Experiences faites sur la resistance des fluides* par M. l'abbé Bossut, il y en a un pour l'academie, un pour Monsieur votre pere, un pour M. Lexell, et un que M. l'abbé Bossut vous prie de recevoir de sa part.[6] J'avoue que j'ai eté un peu honteux d'être de l'académie impériale et qu'il n'en fut pas car il méritait cet honneur bien mieux que moi.[7]

M. l'abbé Bossut me charge de faire ses excuses à M. votre pere de ce qu'il ne lui a point envoié des details qu'il paraissait desirer sur une piece de M. de Lagrange couronnée en 1772. La piece etait imprimée lorsque M. l'abbé Bossut a recu cette lettre, il a cru par consequent que M. votre pere ne tarderait pas à la recevoir; et il ne pouvait prevoir que des arrangemens typographiques retarderaient plusieurs années la publication de ce volume du recueil de nos prix qui va enfin paraitre.[8]

Presentez à M. votre pere l'assurance de mon tendre et respectueux attachement. Je suis faché que vous ne m'aiez rien dit de lui dans votre lettre. Il a tant de droits à l'admiration et à la reconnaissance de tous ceux qui cultivent les sciences, pour qu'ils puissent être indiferens à rien de ce qui le regarde.

Recevez, Monsieur, les assurances de mon respect et de mon Dèvouement.

Le M[arqu]is de Condorcet

Original, 2 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, nº 63, l. 9
Publié: *Uchenaïa korrespondentsia* 1937, p. 475–476

[1] Annotation au-dessous de la date: «reçû le 14 Avril 1777; lû le 24 du même»; c'est-à-dire que la lettre a été reçue le 25 avril selon le calendrier grégorien.

[2] Condorcet figurait sur la liste des vingt savants proclamés élus «membres externes» de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg, lors de l'assemblée solennelle du 29 décembre 1776 (9 janvier 1777) (*Protokoly* III, 1900, p. 280). Condorcet répond ici à la lettre de Johann Albrecht Euler du 10 (21) janvier 1777 (Bibliothèque Nationale de Russie, Saint-Pétersbourg, F. 993, Collection Suchtelen, op. 2, Kap. 72, nº 1195. Voir aussi l'introduction, note 14) où il annonçait à Condorcet son élection.

[3] Les remerciements de Condorcet furent communiqués à l'Académie par Johann Albrecht Euler lors de l'assemblée du 24 avril (5 mai) 1777 (*Protokoly* III, 1900, p. 300).

[4] Intitulé «Sur quelques séries infinies dont la somme peut être exprimée par des fonctions analytiques d'une forme particulière», ce mémoire a été présenté lors de la même séance de l'Académie le 24 avril (5 mai) 1777 (voir *supra*, note 3), et publié l'année suivante dans les *Acta Ac. Pet.* (Condorcet 1778). Leonhard Euler, inspiré par le travail de Condorcet, a fait placer immédiatement à la suite, dans le même volume académique, le mémoire «De formulis exponentialibus replicatis» (Euler 1778 (E. 489)), présenté lors de la séance du 12 (23) juin 1777 (*Protokoly* III, 1900, p. 307, 315). Voir aussi l'annexe 6.

[5] Lalande entretenait des rapports privilégiés avec l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg, dont il était membre étranger depuis le 5 (16) mars 1764. Voir Pavlova 1964.

[6] Il s'agit de l'ouvrage *Nouvelles expériences sur la résistance des fluides* publié en 1777 sous la signature de d'Alembert, Condorcet et Bossut, ce dernier y ayant apporté la contribution principale (Bossut *et al.* 1777). La réception de l'exemplaire destiné à l'Académie de Saint-Pétersbourg a été annoncée lors de la séance du 14 (25) août 1777 (*Protokoly* III, 1900, p. 316).

[7] L'abbé Charles Bossut, membre de l'Académie des sciences de Paris depuis le 6 août 1768, figurait avec Condorcet sur la liste initiale proposée au vote de l'Académie de Saint-Pétersbourg lors de l'assemblée du 23 décembre 1776 (3 janvier 1777), mais il ne fit pas alors partie des élus (*Protokoly* III, 1900, p. 274). Bossut fut finalement proclamé «membre externe» de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg lors de la séance publique du 13 (24) octobre 1778 (*Protokoly* III, 1900, p. 378).

[8] La lettre d'Euler à Bossut à laquelle il est fait allusion ici, ne figure pas dans l'inventaire du volume Euler 1975 (O. IVA 1) et semble perdue. Le mémoire de Lagrange en question est l'«Essai d'une nouvelle méthode pour résoudre le Problême des trois corps» (Lagrange 1777). Il a remporté le prix de l'Académie des sciences de Paris pour 1772 – dont le thème était la théorie de la Lune – conjointement avec la pièce de Leonhard Euler: «Nouvelles recherches sur le vrai mouvement de la Lune. Où l'on détermine toutes les inégalités auxquelles il est assujetti» (Euler 1777 (E. 486)). Les deux mémoires ont paru, avec beaucoup de retard, en 1777, dans le neuvième et dernier tome du *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences.*

Annexe 3
J. A. Euler à Condorcet
Saint-Pétersbourg, 15 (26) mai 1778

à S^t Petersbourg ce $\frac{15}{26}$ May 1778

Monsieur et très illustre Confrère,

L'auteur de l'écrit sur la perturbation des Comètes, auquel Votre illustre Académie vient d'a[d]juger le prix, est M. Fuss, élève de mon père et Adjoint de l'Académie impériale des Sciences pour les mathématiques.[1] Il aura l'honneur de Vous le notifier lui même, Monsieur, dans une lettre qu'il m'a promis de me remettre encore ce Soir pour la faire partir avec la mienne.[2] J'ai été bien surpris de voir par Votre obligeante notification, qu'il ne s'est point trouvé de billet cachété ni à la piece même que j'ai eu l'honneur de Vous adresser en 1775 ni au Supplement qui Vous est parvenû l'année passée.[3] M. Fuss m'assure en avoir joint à l'une et à l'autre, il faut donc qu'ils ayent été égarés par mégarde, dont je suis bien faché parce que par là le public a été pour quelque temps détourné d'un jeune Géomètre, qui déja mérite toute son attention et qui quelque jour fera l'admiration de l'Europe savante. Quant à la maniere de lui faire toucher le prix, je lui ai conseillé de Vous prier, Monsieur, que Vous lui en fassiez remesse[4] par une lettre de change sur la Hollande, de la même maniere que mon pere a touché il y a quelque tems les mille roubles dont Votre très gracieux Roy a bien voulû le gratifier.[5]

Mon père se porte très bien au Sein de Sa nombreuse famille: jusqu'ici il ne discontinue point de travailler journellement à des mémoires de Géométrie et de Physique qui entreront dans nos Actes Académiques. Ensuite pour se delasser et se donner du mouvement nécessaire à la conservation de Sa Santé, il s'amuse à aimanter des barres d'acier trempé, dont il a un très grand nombre de différentes dimensions: il en a de 30 pouces de long sur $2\frac{1}{2}$ p[ouces] d'épaisseur en quarré, qu'il travaille et frotte avec des lames de 24 pouces etc.[6]

Il Vous remercie infiniment de la part obligéante que Vous prennez à Son état et Vous prie d'être très persuadé de son parfait rétour. Mais il ne comprend pas quelles nouvelles le Comte de Schouvalov[7] Vous a pû donner de Sa Santé, lui qui comme tous Ses autres compatriotes ne se soucient[8] gueres des gens de notre étât, et les voyent le moins qu'ils le peuvent. – Mais ces Messieurs sont tout autres lorsqu'ils voyagent, que lorsqu'ils sont sur leur fumier: passent encore les Beaux ésprits, les Poètes – dont ils ne font cependant de cas qu'entant qu'ils les amusent.

Vous aurez actuellement reçu, Monsieur, le Diplome Académique que j'ai eu l'honneur de Vous adresser de la part de notre Académie,[9] et dont le Chévalier de Corberon[10] Votre Chargé d'Affaires à notre cour a bien voulû se charger.

Je dois une ample réponse à notre digne et chèr Confrère M. de Lalande et je m'en acquitterai avec bien du plaisir au prémier jour: je Vous prie de l'assurer en attendant de mon inviolable attachement.

J'ai l'honneur d'être avec la plus parfaite éstime

Monsieur et très illustre Confrère

Votre

très-humble et très-obeissant

Serviteur

Jean-Albert Euler

Original, 2 p. – Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 876, f° 57
Copie – *ibid.*, Ms 867, f° 11–13
Publié: *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, 2e série, t. 3 (1879), p. 227–228

[1] Voir lettres 3 (R 457), note 3, et 5 (R 455), note 2. Lors de la séance du 29 avril 1778, l'Académie a annoncé l'attribution du prix à une pièce «dont l'auteur ce s'est pas fait connoître» (*Procès-verbaux de l'Académie royale des sciences*, t. 97, 1778, f° 134v). Dès avant l'annonce officielle, Condorcet avait écrit à Johann Albrecht Euler, le 18 avril 1778 (PFARAN, f. 1, op. 3, n° 64, l. 54–55. Voir aussi l'introduction, note 14), afin de l'informer du résultat positif pour le mémoire venant de Saint-Pétersbourg et de lui demander l'identité de l'auteur. La présente lettre est la réponse de Johann Albrecht.

[2] Voir annexe 4.

[3] Ce rôle de Johann Albrecht Euler dans les envois relatifs au prix a sans doute conduit Condorcet à conjecturer qu'il était l'auteur du texte, comme le montre sa lettre du 18 avril (voir *supra*, note 1).

[4] Johann Albrecht Euler veut dire «remise». Il s'agit d'une erreur qui vient sans doute d'un mélange avec sa langue maternelle – l'allemand – où le mot correspondant est «Rimesse».

[5] Voir lettre 1 (R 452) et l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot.

[6] En fait, il s'agit de véritables expériences sur le magnétisme faites par Leonhard Euler avec Nicolaus Fuss, qui ont fait l'objet d'un mémoire de ce dernier intitulé «Observations et Expériences sur les aimans artificiels, principalement sur la meilleure manière de les faire», lu à l'assemblée de l'Académie de Saint-Pétersbourg du 13 (24) octobre 1778 (*Protokoly* III, 1900, p. 377). Ce mémoire fut imprimé dans les *Acta Ac. Pet.* (N. Fuss 1781).

[7] Le comte Andreï Chouvalov joua notamment un rôle d'intermédiaire entre l'impératrice Catherine II et certains intellectuels français. Dans sa lettre du 18 avril 1778, Condorcet écrivait: «M. le Comte de Schwalow qui est ici m'en a donné d'assez bonnes nouvelles [de Leonhard Euler]: et à la maniere dont il m'en a parlé j'ai jugé qu'il jouissait à Petersbourg de la considèration qu'il merite» (voir *supra*, note 1).

[8] Par méprise, les éditeurs du *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques* ont écrit ici «souvient».

[9] Dans sa lettre du 10 (21) janvier 1777 (Bibliothèque Nationale de Russie, Saint-Pétersbourg, F. 993, Collection Suchtelen, op. 2, Kap. 72, n° 1195. Voir aussi l'introduction, note 14) Johann Albrecht Euler annonçait aussi à Condorcet l'envoi, «dès qu'il se présentera une bonne et sure occasion», du diplome correspondant à sa nomination comme membre étranger de l'Académie de Saint-Pétersbourg (voir annexe 2).

[10] Marc Marie Daniel Bourrée, chevalier de Corberon, a été chargé des affaires de France à Saint-Pétersbourg de décembre 1777 à juillet 1780 (Archives du ministère des Affaires étrangères, Dossiers du personnel, FRMAE 266 QO, vol. 19. Voir aussi Mézin et Rjéoutski 2011, vol. 2, p. 107).

Annexe 4
N. Fuss à Condorcet
Saint-Pétersbourg, 15 (26) mai 1778

St Petersbourg ce $\frac{15}{26}$ de May 1778[1]

Monsieur

C'est avec un plaisir proportionné à l'importance du sujet et à l'impression qu'il a fait sur moi, que j'ai appris de Mr J. A. Euler, mon cher et respectable amy, que les deux mémoires: *Sur les dérangemens d'une Comète, qui passe près d'une Planète*, que j'ai eu l'honneur d'envoyer à l'Académie Royale des Sciences avec la devise: *Non jam prima peto, Mnestheus! etc.*, ont remporté le prix;[2] Mais j'ai été surpris en même temps, d'apprendre, que Vous n'avés reçu ni le billet que j'avois ajouté à mon premier mémoire, adressé à Mr de Fouchy, ni celui du Supplément, que Mr Euler le fils eut la complaisance de Vous adresser,[3] et qui contenoient l'un et l'autre les éclaircissemens necessaires, qu'on a coutume d'ajouter au[x] piéces concourantes. Mr Euler pourroit appuyer de son témoignage l'assurance que je n'ai point manqué à cette formalité.

Je me fais un dévoir, Monsieur, de Vous réiterer ici la déclaration contenüe dans les billets égarés: que c'est uniquement à mon Illustre Maître, Mr Euler le Pere, dont les soins et les instructions font depuis quatre années le bonheur de ma vie, que je suis rédevable de celui, d'avoir pû présenter à Votre Illustre Academie quelque chose, qui ne fut pas indigne de son approbation, rélativement au sujet important, qu'Elle avoit choisi deux fois et proposé à l'orbe litteraire; parce que, outre que c'est à lui seul que je dois le peu de lumières, que j'ai acquises, il m'a non seulement encouragé à soumettre à tant de Juges éclairés les deux mémoires, qu'Ils viennent de couronner, mais qu'il m'en a même suggéré les principales idées. Le seul mérite donc, sur le quel je puisse faire quelque juste prétension, est celui, d'avoir assés bien saisi et exécuté les idées de mon divin maître, pour m'attirer le suffrage inestimable de Vôtre illustre Corps.[4] Ils[5] auroient sans doute infiniment gagné, ces idées, s'il avoit voulu les digérer et Vous [les] présenter lui même.

Daignés, Monsieur, être auprès de l'Illustre Académie l'interprête des sentimens de respect et de reconnoissance, que je Lui dois à tant de titres: je ne trouve point d'expressions assés fortes pour Vous depeindre ceux, dont je suis pénétré en ce moment.

Monsieur J. A. Euler, qui, ajant été plusieures fois dans le cas présent, scaura mieux que moi les formalités et les mésures à prendre, aura la complaisance, de Vous dire à ma place quelques mots sur les moyens de me faire parvenir l'argent, qui m'est destiné.[6] Je pense que le plus sûr seroit si Vous vouliez bien faire négocier et m'envoyer une lettre de change de Holande, qui sont partout les plus sûres et les plus recherchées.

Agrées, Monsieur, l'hommage d'un jeune Géomètre, qui n'a d'autre merite, que celui d'être Elève de Mr Euler et celui de pouvoir Vous admirer dans Vos ouvrages, qu'il a le double avantage, de lire – et de lire à son divin maître.[7] Il y a longtemps que je souhaite une occasion de Vous temoigner le profond respect, que m'a inspiré la profondeur et la fecondité de Vôtre Génie – La voila qui se présente aujourd'huy et elle ne pourroit être ni plus flatteuse ni plus solennelle pour celui qui a l'honneur d'être avec tous les sentimens de la plus haute vénération et de la plus parfaite estime

Monsieur

Vôtre très humble et très obeissant Serviteur

Nicolas Fuss

Adjoint de l'Académie Imper[iale] des sciences

P. S. Mon^{r} Euler, qui Vous fait assurer de son amour et de son estime, me charge de Vous demander, si par hazard Vous n'auriés pas recu la derniere lettre qu'il Vous a adressé (j'ai oublié sous quelle date, quoiqu'elle soit écrite de ma main) vu qu'il n'a point recu de reponse.[8] Elle [contenoit],[9] comme une des précedentes,[10] quelques reflexions sur la formule int[égrale] $\int \frac{\partial x \sqrt{1+x^4}}{1-x^4}$, qu'il observe pouvoir être rendüe rationelle[11] moyennan[t la] substitution singulière $x = \frac{\sqrt{1+pp}+\sqrt{1-pp}}{p\sqrt{2}}$, quoi qu'il ait crû aut[refois] qu'il soit impossible, de la réduire à la rationalité, par quelque substitution que ce soit, parce qu'il[12] en pouvoit exprimer l'integrale par des logarithmes et des arcs de cercle – Il y avoit ensuite quelques observations sur la somme des quarrés des coëfficiens d'une puissance quelconque d'un binome et l'essentiel de la methode, dont il s'est servi pour ces sommations dans un mémoire présenté à nôtre Academie.[13]

Original, 3 p. – Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 867, f° 17–18
Publié: *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, 2e série, t. 3 (1879), p. 225–227
Adresse: «Monsieur / Monsieur le Marquis de Condorcet / Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences / de Paris, des Académies de Petersbourg, de Bologne, / de Turin, etc. – Rüe de Louis le Grand / à Paris» (f° 18v)

[1] C'est la lettre annoncée dans celle de Johann Albrecht Euler du même jour (voir annexe 3).
[2] N. Fuss 1785. Il s'agit du mémoire envoyé initialement pour le prix de l'Académie des sciences de Paris pour l'année 1776 – non attribué alors – et du supplément ajouté pour le prix de 1778, lequel a été décerné le 29 avril (voir lettres 3 (R 457), note 3, et 5 (R 455), note 2). Dans le compte rendu de la séance de l'Académie des sciences du 20 juin 1778, le secrétaire perpétuel, Condorcet, écrit: «J'ai lû une lettre de M. Fuss, qui annonce qu'il est l'auteur de la pièce qui a emporté le prix sur les perturbations des comètes» (*Procès-verbaux de l'Académie royale des sciences*, t. 97, 1778, f° 198r).
[3] Cf. annexe 3, note 3.
[4] Fuss reconnaît avec franchise et humilité que Leonhard Euler a joué un rôle essentiel dans l'élaboration de son mémoire couronné.
[5] Il s'agit d'une méprise. Fuss aurait dû écrire «Elles».
[6] Voir la lettre de Johann Albrecht Euler à l'annexe 3.
[7] Fuss donne ici une information sur le rôle technique qu'il a joué auprès d'Euler, aveugle, dans la prise de connaissance par ce dernier des travaux de Condorcet. On peut penser que cela a été le cas notamment pour le mémoire envoyé par Condorcet en 1777 à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg (Condorcet 1778. Voir annexe 2, note 4).
[8] La description qui suit quant à la sommation des carrés des coefficients du binôme montre qu'il s'agit de la lettre 7 ([R 456a]) du 12 (23) septembre 1776; on obtient aussi une information nouvelle sur son contenu (voir la note 8 de cette lettre [R 456a]). On apprend de plus que c'est Nicolaus Fuss qui tenait alors la plume et, surtout, qu'il n'y eut pas de réponse de Condorcet ce qui a, semble-t-il, préoccupé Euler.
[9] Les mots ou portions de mots que l'on a fait figurer entre crochets dans la suite de ce post-scriptum sont difficilement lisibles sur le manuscrit à cause des traces du cachet.
[10] Cette incidente permet de penser que c'est la différentielle de la formule intégrale qui suit que Condorcet évoque dans la lettre 6 (R 456), en réponse à une lettre manquante d'Euler (voir la note 4 de cette lettre R 456).
[11] En fait, c'est la formule différentielle (et non pas intégrale), qui peut ainsi être rendue rationnelle.
[12] Il y a sans doute ici une erreur de Fuss et il faut lire le contraire: «**bien qu'**il en pouvait exprimer l'integrale par des logarithmes et des arcs de cercle». On se reportera à la lettre 6 (R 456) de Condorcet du 10 juillet 1776, alors qu'Euler n'avait pas encore trouvé de transformation globale permettant de rendre rationnelle cette différentielle. D'après ce qu'écrit Fuss, il apparaît donc qu'Euler communiqua une telle transformation à Condorcet dans la lettre 7 ([R 456a]) du 12 (23) septembre 1776 (voir la note 8 de cette lettre).
[13] Euler 1784 (E. 575). Voir lettre 7 ([R 456a]), note 3.

Annexe 5
Condorcet à J. A. Euler
Paris, 28 juin 1778

Ce 28. Juin 1778. Paris.[1]

Permettez-moi, monsieur et très illustre Confrere, de vous adresser dans ce paquet une lettre pour M. Fuss, qui contient une lettre de change sur la hollande pour le paiement du prix.[2]

J'ai recu le diplôme de l'academie de Petersbourg et je vous en fais de nouveau tous mes remercimens.[3]

Je n'ai pas eu l'honeur de répondre à la derniere lettre de Monsieur votre pere, mais je prie mon illustre maitre de me le pardonner, je n'avois rien à mander parceque sa lettre etait elle même une reponse.[4] Daignez vous charger de lui dire que je l'ai recue et que j'ai admiré la maniere ingénieuse dont il transforme la formule $\frac{dx\sqrt{1-x^4}}{1+x^4}$.[5] Cette méthode pourra conduire un jour à des choses très importantes; et je désirerais qu'il put s'occuper de lui doner l'etendue dont je la crois susceptible.

Je m'occupe uniquement à présent de faire un ouvrage sur le calcul Intégral composé en grande partie de ce que j'ai publié mais où je joindrai plusieurs nouvelles recherches.[6] Il y aura une introduction où je donnerai plusieurs morceaux sur les series, et d'autres objets étrangers au calcul Intégral mais qui peuvent s'y appliquer utilement. Mes recherches m'ont conduit à des series singulieres[,] telle est par exemple celle-ci que je vous prie de vouloir bien montrer à mon maitre.

Soit la serie infinie

$$\ell\,2 - \frac{1}{2}\,\ell\,\frac{3}{2^2} + \frac{1}{3}\,\ell\,\frac{4\cdot 2^3}{3^3} - \frac{1}{4}\,\ell\,\frac{5\cdot 3^6}{2^4\,4^4} + \frac{1}{5}\,\ell\,\frac{6\cdot 4^{10}\cdot 2^5}{5^5\,3^{10}}\;\cdots$$

dont le terme general est

$$\pm\,\frac{1}{n}\,\ell\,\frac{n+1\cdot\overline{n-1}^{\,\frac{n\cdot n-1}{2}}\cdot\overline{n-3}^{\,\frac{n\cdot n-1\cdot n-2\cdot n-3}{2\cdot 3\cdot 4}}\;\cdots}{n^n\cdot\overline{n-2}^{\,\frac{n\cdot n-1\cdot n-2}{2\cdot 3}}\;\cdots}.$$

Je dis que la somme de cette serie est egale à l'unité.[7]

Adieu, monsieur et très illustre Confrere, daignez recevoir les assurances de mon respect et de mon attachement, et vous charger de mes homages auprès mon illustre maitre.[8]

Original, 2 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, n° 64, l. 72
Adresse: «A Monsieur / Monsieur A. Euler / Secretaire de l'academie / Impériale des Sciences / A Petersbourg»

[1] Annotation en haut de la 1re page: «reçu le 15 Juillet 1778», c'est-à-dire le 26 juillet selon le calendrier grégorien.

[2] La présente lettre est certainement la réponse à celle de Johann Albrecht Euler du 15 (26) mai 1778 (voir annexe 3).

[3] Voir annexes 2 et 3.

[4] Il s'agit de la lettre 7 ([R 456a]) qui clôt la séquence de la correspondance directe connue entre Condorcet et Leonhard Euler (voir lettre 7, note 8). Tout ce passage apparaît clairement comme une réaction de Condorcet au post-scriptum de la lettre de Fuss du 15 (26) mai 1778 (voir annexe 4).

[5] Condorcet fait ici une erreur de transcription: Euler a étudié l'intégration de la différentielle $\frac{dx\sqrt{1+x^4}}{1-x^4}$ (voir lettres 6 (R 456), note 4, et 7 ([R 456a]), note 8, ainsi que l'annexe 4).

[6] Cet ouvrage, intitulé *Traité du calcul intégral*, est resté inachevé et inédit. Les cahiers manuscrits des deux premières parties ont été transmis pour paraphe à l'Académie des sciences de Paris en plusieurs fois, entre le 18 mai 1778 et le 10 avril 1782 (Bibliothèque de l'Institut de France, Mss 877–879). Voir Gilain 1988.

[7] Condorcet a fait figurer ce résultat dans le § VI de la section III – intitulée «De la réduction des fonctions en séries» – de la première partie de son *Traité du calcul intégral* (Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 877, f° 91). Il l'obtient en identifiant les coefficients de x dans les développements de la fonction $\ell\,(1+x)$ en série de Taylor et en série de Gregory-Newton respectivement.

[8] La signature manque.

Annexe 6
N. Fuss à Condorcet
Saint-Pétersbourg, 27 juillet (7 août) 1778

Je m'empresse, Monsieur, à Vous accuser la réception de la lettre de change, que Vous avés eu la complaisance de négocier en ma faveur, et me faire tenir pour le païement du Prix de Votre Illustre Académie: elle m'a valu 434 Roubles de nôtre argent, calculée à $42\frac{1}{2}$ Stu[y]vers p[ar] R[ou]ble.[1] Permettés, Monsieur, que je Vous témoigne en même temps ma vive réconnoissance, tant pour la peine, que Vous avés bien voulu Vous donner dans cette affaire, que principalement, pour tout ce que Vous me dites d'obligeant dans la gracieuse lettre, dont Vous m'avés honoré à cette occasion –[2] Vôtre suffrage, Monsieur, sera toujours un de ceux, que j'ambitionnerai le plus, dans tout ce qui est du ressort des sciences mathematiques, auxquelles j'ai consacré ma vie et mes traveaux; et quelque peu que j'aie d'esperance de m'approcher jamais de la place éminente, que Vous avés atteint dans la carrière, où je ne fais qu'entrer, je tacherai du moins à mériter les éloges que Vous me prodigués, en me rendant digne du bonheur, de jouir immédiatement des instructions de cet homme illustre et respectable, dont Vous admirés, de concert avec toute la République des Lettres, et le Génie et le Caractère.[3]

Le premier Volume de nos nouvelles[4] *Actes Académiques*, avec lequel commence, comme Vous scavés, une nouvelle collection,[5] contient l'excellent mémoire, que Vous avés communiqué à l'Academie, sur la sommation de quelques séries, dont la loix de progression est très remarquable – et il va paroître incessamment. La somme de la première série, que Vous y traités, a donné occasion à Mr Euler à un autre mémoire très interessant sur les *formules exponentielles repliquées*.[6] Cette branche d'Analyse presque entierement nouvelle ne pourra manquer d'exciter l'attention des Géomètres, vû la grande utilité, qu'on en pourra retirer en plusieures occasions. Mr Daniel Bernoulli, à qui j'avois parlé dans une de mes lettres de Vôtre mémoire et de celui de Mr Euler, me repondit:

> *Je ne doute pas, que le mémoire de Mr le Marquis de Condorcet, que Vous m'annoncés, ne renferme des découvertes de la plus haute Analyse, d'autant plus que Mr Euler en a pris occasion d'éplucher le même Sujet – Il y a quelque temps, que je suis tombé par hazard sur un Sujet analogue, en considerant une réplication indéfinie d'une certaine fonction propre aux approximations qu'on se propose.*[7]

Mr Euler a été charmé d'apprendre de Vos nouvelles, et il me charge de Vous assurer de sa plus parfaite estime. Ce que Vous marqués de Vos occupations actuelles lui a fait pareillement beaucoup de plaisir et il attend avec impatience, que l'important ouvrage, que Vous lui annoncés sur le calcul intégral soit publié –[8] Par rapport à la série[9] $\ell\, 2 - \frac{1}{2}\,\ell\,\frac{3}{2^2} + \frac{1}{3}\,\ell\,\frac{4\cdot 2^2}{3} -$etc.[10] il crût d'abord en avoir traité de semblables dans le Chap[itre] XVI de son calcul différentiel;[11] mais l'ayant assuré, qu'il n'y en avoit rien de ce genre, il a taché d'en deduire la somme d'une manière semblable à celle dont il a traité les fonctions inexplicables. Voici l'essentiel de sa démonstration, telle qu'il me l'a esquissé aujourdhuy pendant le diner.[12]

Soyent pour une série quelconque en général

Les indices:		0,		1,		2,		3,	… x
Les termes:		A,		B,		C,		D,	… X
Les diff[érences]:	1res …		ΔA,		ΔB,		ΔC,	etc.	
…	2es …			$\Delta^2 A$,		$\Delta^2 B$,	etc.		
…	3es …				$\Delta^3 A$,	etc.			
	etc.				etc.				

et, parce qu'on scait que

$$X = A + \Delta A\, x + \Delta^2 A\,\frac{x(x-1)}{1\cdot 2} + \Delta^3 A\,\frac{x(x-1)(x-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\ \text{etc.}$$

il y aura

$$\frac{X-A}{x} = \Delta A + \Delta^2 A\,\frac{(x-1)}{2} + \Delta^3 A\,\frac{(x-1)(x-2)}{2\cdot 3} + \text{etc.}$$

d'où en mettant $x = 0$ on tire la série suivante:

$$\Delta A - \frac{1}{2}\Delta^2 A + \frac{1}{3}\Delta^3 A - \frac{1}{4}\Delta^4 A + \frac{1}{5}\Delta^5 A - \text{etc.},$$

dont la somme $= \frac{X-A}{x}$, en mettant $x = 0$ et partant $X = A$, dont on tire pour chaque cas particulier la valeur déterminée suivant les règles connües.

Soit maintenant le terme général $X = \ell\,(1+x)$ et il y aura

$$A = \ell\,1;\ B = \ell\,2;\ C = \ell\,3;\ D = \ell\,4;\ E = \ell\,5;\ \text{etc.}$$

Ensuite

$$\Delta A = \ell\,\frac{2}{1};\ \Delta B = \ell\,\frac{3}{2};\ \Delta C = \ell\,\frac{4}{3};\ \Delta D = \ell\,\frac{5}{4};\ \text{etc.}$$

$$\Delta^2 A = \ell\,\frac{1\cdot 3}{2^2};\ \Delta^2 B = \ell\,\frac{2\cdot 4}{3^2};\ \Delta^2 C = \ell\,\frac{3\cdot 5}{4^2};\ \text{etc.}$$

$$\Delta^3 A = \ell\,\frac{4\cdot 2^3}{1\cdot 3^3};\ \Delta^3 B = \ell\,\frac{5\cdot 3^3}{2\cdot 4^3};\ \text{etc.}$$

$$\Delta^4 A = \ell\,\frac{1\cdot 3^6\cdot 5}{2^4\cdot 4^4};\ \text{etc.}$$

etc.

et ces valeurs étant substituées donnent la serie proposée

$$\ell\,2 - \frac{1}{2}\,\ell\,\frac{1\cdot 3}{2^2} + \frac{1}{3}\,\ell\,\frac{4\cdot 2^3}{1\cdot 3^3} - \frac{1}{4}\,\ell\,\frac{1\cdot 3^6\cdot 5}{2^4\cdot 4^4} + \text{etc.}$$

dont la somme $= \frac{\ell\,(1+x)-\ell\,1}{x}$ en mettant $x = 0$ et partant $= \frac{\partial x}{(1+x)\,\partial x} = \frac{1}{1+x} = 1$.

Cette methode sommatoire, étant générale, on en pourra déduire avec la même facilité une infinité d'autres séries également remarquables.

P[ar] E[xemple] pour le cas $X = \ell\,(1+xx)$ on obtient

$$\ell\,2 - \frac{1}{2}\,\ell\,\frac{5}{2^2} + \frac{1}{3}\,\ell\,\frac{2^3\cdot 10}{5^3} - \frac{1}{4}\,\ell\,\frac{5^6\cdot 17}{2^4\cdot 10^4} + \text{etc.} = 0.$$

Mais une autre sommation des plus remarquables se présente dans le cas $X =$ Sin $(1+2x)\,\varphi$ ce qui donne la série: Sin φ + Sin 3φ + Sin 5φ + Sin 7φ + etc. dont les différences sont

Les 1^res^ $\ldots +\ 2\,\text{Sin}\ \varphi\ (\text{Cos}\ 2\varphi + \text{Cos}\ 4\varphi + \text{Cos}\ 6\varphi + \text{Cos}\ 8\varphi + \text{etc.})$

Les 2^des^ $\ldots -\ 4\,\text{Sin}\ \varphi^2\ (\text{Sin}\ 3\varphi + \text{Sin}\ 5\varphi + \text{Sin}\ 7\varphi + \text{Sin}\ 9\varphi + \text{etc.})$

Les 3^es^ $\ldots -\ 8\,\text{Sin}\ \varphi^3\ (\text{Cos}\ 4\varphi + \text{Cos}\ 6\varphi + \text{Cos}\ 8\varphi + \text{Cos}\ 10\varphi + \text{etc.})$

etc.

et partant la serie, qu'on en a formé auparavant, sera

$$2\,\text{Sin}\ \varphi\ \text{Cos}\ 2\varphi + \frac{1}{2}\cdot 4\,\text{Sin}\ \varphi^2\ \text{Sin}\ 3\varphi - \frac{1}{3}\cdot 8\,\text{Sin}\ \varphi^3\cdot \text{Cos}\ 4\varphi - \frac{1}{4}\cdot 16\,\text{Sin}\ \varphi^4\ \text{Sin}\ 5\varphi + \text{etc.}$$

dont la somme est

$$\frac{X-A}{x} = \frac{\text{Sin}\ (1+2x) - \text{Sin}\ \varphi}{x},$$ [13]

dont la valeur en mettant $x = 0$ est 2φ Cos φ. Soit pour abreger $2\,\text{Sin}\ \varphi = \alpha$ et on obtient la sommation suivante:

$$2\varphi\ \text{Cos}\ \varphi = \alpha\ \text{Cos}\ 2\varphi + \frac{1}{2}\alpha^2\ \text{Sin}\ 3\varphi - \frac{1}{3}\alpha^3\ \text{Cos}\ 4\varphi - \frac{1}{4}\alpha^4\ \text{Sin}\ 5\varphi + \text{etc.}$$

dont il seroit bien difficile de demontrer directement la verité.

Daignés recevoir les assurances de la profonde vénération, du sincère et respectueux dévoüement avec lequel j'ai l'honneur d'être

Monsieur

Vôtre très humble et très obeissant Serviteur

S^t Petersbourg ce $\frac{\text{27 Juillet}}{\text{7 Août}}$ 1778

Nicolas Fuss.

P. S. Dans ce moment je reviens de chés Mr Euler, qui m'a communiqué une démonstration directe de cette sommation,[14] des plus élégantes, et memorable par un grand nombre d'artifices de calcul, qu'il a employé pour en venir à bout. Je regrette de ne pouvoir plus Vous en donner le detail, qui assurement Vous feroit beaucoup de plaisir.

Original, 4 p. – American Philosophical Society Library (Philadelphia), Ms 509 L56-27

[1] La question du mode de paiement de son prix académique avait été abordée par Fuss dans sa lettre du 15 (26) mai 1778 (voir annexe 4).
[2] La présente lettre apparaît comme la réponse de Fuss à l'envoi du 28 juin 1778 de Condorcet à Johann Albrecht Euler qui comprenait, outre une lettre à ce dernier (voir annexe 5), la lettre de change et une lettre à Nicolaus Fuss qui semble perdue.
[3] Il s'agit bien sûr de Leonhard Euler.
[4] Lire: «nouveaux».
[5] Ce sont les *Acta Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae* (voir *Protokoly* III, 1900, p. 283).
[6] Condorcet 1778; Euler 1778 (E. 489). Voir annexe 2, note 4.
[7] Ceci est un extrait d'une lettre à Nicolaus Fuss envoyée de Bâle par Daniel Bernoulli le 18 mars 1778. Elle a été publiée par Paul Heinrich Fuss (voir P. H. Fuss 1843, vol. 2, p. 674–677. Cette publication est reproduite dans Euler 2016 (O. IVA 3), p. 1025–1027). Il y a quelques différences de forme entre le texte de la lettre publiée et la citation de Nicolaus Fuss.
[8] Voir annexe 5, note 6.
[9] Voir annexe 5.
[10] Il y a ici une erreur au troisième terme de la série, qui devrait en fait être $\frac{1}{3}\,\ell\,\frac{4\cdot 2^3}{3^3}$.
[11] Fuss réfère ici au chapitre XVI de la deuxième partie des *Institutiones calculi differentialis* d'Euler (Euler 1755 (E. 212); Euler 1913 (O. I 10), p. 588–618), intitulé «De differentiatione functionum inexplicabilium».
[12] La démonstration suivante d'Euler repose, comme celle de Condorcet (cf. annexe 5, note 7), sur l'utilisation de la formule dite de Gregory-Newton.
[13] Il faut évidemment lire $\mathrm{Sin}\,(1+2x)\,\varphi - \mathrm{Sin}\,\varphi$ au numérateur.
[14] Il s'agit sans doute de la sommation de la série proposée par Condorcet, pour laquelle Euler a, semble-t-il, trouvé une deuxième méthode, plus directe.

Annexe 7
N. Fuss à Condorcet
Saint-Pétersbourg, 19 (30) janvier 1781

Monsieur

M. Euler a reçu, avec un plaisir très sensible, la lettre qui lui a été remise, l'année passée, de vôtre part,[1] par M. Caillard, Secrétaire de l'Ambassade de France à nôtre Cour, et il se fait des reproches, d'avoir tardé trop longtemps, de répondre à cette marque de Vôtre amitié qui lui est si précieuse. En entendant la lecture de la feuille du *Journal de Paris*, qui contient la notice de sa visite auprès du Prince de Prusse, il n'a pû méconnoître la main, d'où elle étoit partie. Les expressions flatteuses, dictées par cette même amitié, lui en avoit annoncé l'Auteur; et il a appris depuis par M. Lexell que c'est effectivement de Vôtre plume, qu'étoit sorti ce Panegyrique aussi achevé qu'il lui étoit inattendu.[2] Il m'a chargé, Monsieur, de Vous témoigner sa plus parfaite réconnoissance, pour l'honorable mention que Vous avés bien voulu faire de lui à cette occasion, aussi bien que pour ce que M. Caillard lui a apporté de Vôtre part;[3] et je m'acquitte avec d'autant plus de plaisir et d'empressement de cette Comission, que j'ai attendu avec une sorte d'impatience une pareille occasion, de Vous témoigner de nouveau, en mon particulier, le respect que je Vous porte, comme à un des premiers Géomètres, et la reconnoissance que je crois Vous devoir encore, pour les services que Vous avés daigné me rendre autrefois, tant avant qu'après le jugement de l'Académie Royale, touchant la question sur la perturbation des Comètes.[4]

En parcourant les expériences qui ont été faites, il y a cinq ans, sous Vôtre direction et celle de MM. D'Alembert et Bossut, sur la résistance des fluides,[5] j'avois taché d'en déduire une Théorie, plus conforme que les Hypothèses ordinaires pour le choc oblique, à la nature que Vous aviés consultée avec tant de sagacité; mais j'ai bientôt senti que ce travail étoit au-dessus de mes forces. Les entretiens que j'ai eus avec M. Euler sur ce sujet, lui ont fourni l'occasion, d'y méditer lui même. En voilà le fruit, dans le petit mémoire ci-joint qu'il m'a chargé de Vous envoyer, en Vous priant de le présenter à l'Académie – si Vous le jugés digne de son attention, ajoute la modestie du grand homme.[6]

Le caractère de verité qu'on aperçoit dans l'expression de M. Euler pour la résistance de la proue, m'avoit engagé depuis à la comparer avec les expériences. J'y ajoutai pour cet effet le membre $\frac{bc\sin\alpha}{2g}\cdot\frac{ss}{tt}\cdot\mu\sin\beta^2$, qui me parût devoir renfermer l'augmentation de la pression sur la proue causée par sa diminution sur la pouppe. Où 2β marque l'angle au sommet d'un triangle isoscèle qui a la largeur du vaisseau pour base, et dont l'aire est égale à celle de la section horizontale de la pouppe. Mais après quelques tentatives infructueuses j'ai vu qu'il est impossible de déterminer d'une manière satisfaisante les valeurs des lettres λ et μ à la fois. Il paroît donc nécessaire d'en chercher la premiere par des expériences, semblables à celles que M. Euler a ébauchées dans son mémoire. Je reprendrai ce sujet, si, après m'être débarassé de quelques autres traveaux, je puis trouver moyen d'éviter les inconvéniens qui paroissent attachés à l'instrument proposé pour cet effet.

M. Lexell qui a eu le bonheur de faire personellement Vôtre connoissance et celle de tant d'autres hommes illustres, que je ne puis qu'admirer dans l'éloignement, aura probablement quitté Paris, avant que cette lettre y arrive.[7] Si j'étois persuadé du contraire j'aurois pris la liberté d'ajouter quelques lignes pour lui sur un Théorème de Géomètrie qui lui a été proposé à Paris et qu'il nous a communiqué dernièrement.[8]

Daignés agréer, Monsieur, les assurances de la haute estime et du très respectueux dévouement, avec lesquels j'ai l'honneur d'être,

Monsieur,

S^{t} Petersbourg

ce $\frac{19}{30}$ de Janvier 1781.

Vôtre très-humble et très-obéïssant

Serviteur. Nicolas Fuss.

Original, 4 p. – Archives de l'Académie des sciences de Paris, pochette de la séance du 24 février 1781

[1] Cette lettre de Condorcet à Leonhard Euler ne nous est pas parvenue.
[2] Condorcet 1780. Il s'agit de la description touchante de la visite d'Euler – presque aveugle et sourd – chez le prince héritier de Prusse, Friedrich Wilhelm II, lequel avait été pris d'un malaise alors qu'il assistait à l'Assemblée publique de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 19 (30) septembre 1780 (*Protokoly* III, 1900, p. 491–493). Ces événements ont été connus à Paris grâce à une lettre de Johann Albrecht Euler à Lexell du 10 (21) octobre. Avec sa lettre du 20 novembre 1780, Lexell envoie à Johann Albrecht le numéro du *Journal de Paris* du 18 novembre où se trouve le texte de Condorcet (sur tout cela, voir Stén 2014, p. 203–204 et 263).
[3] Antoine Bernard Caillard était arrivé à Saint-Pétersbourg le 4 juillet 1780 comme secrétaire du marquis de Vérac, le nouvel ambassadeur français à la cour de Catherine II (Mézin et Rjéoutski 2011, vol. 2, p. 739). Il y a été chargé des affaires de France en 1783 et 1784 (*ibid.*, p. 135, 166).
[4] Voir la lettre 3, note 3, et la lettre 5, note 2, ainsi que les annexes 3, 4, 5 et 6.
[5] Bossut *et al.* 1777 (voir annexe 2).
[6] Il s'agit du mémoire «Essai d'une Théorie de la Résistance qu'éprouve la Proue d'un Vaisseau dans son mouvement» (Euler 1781 (E. 520)), lu par Condorcet à l'Académie des sciences de Paris le 24 février 1781 (*Procès-verbaux de l'Académie royale des sciences*, t. 100, 1781, f° 41r), donc immédiatement après l'arrivée de la présente lettre.
[7] Anders Johan Lexell (voir la lettre 6 (R 456), note 9, et l'annexe 1) est venu à Paris en octobre 1780 et en est reparti le 31 mars 1781. Dans une lettre à Johann Albrecht Euler du 7 janvier 1781, il a donné une longue description de l'Académie des sciences de Paris et de la plupart de ses membres (voir Birembaut 1957). Le 19 février 1781, Condorcet écrivait à Johann Albrecht Euler à propos de Lexell: «J'ai souvent parlé de vous et de lui [Leonhard Euler] avec M. Lexell qui a la bonté de me donner de ses nouvelles. Il m'a comuniqué la liste des mémoires qu'il a envoiés à l'académie[.] J'en ai été confondu[,] il devient un véritable prodige. J'ai peur que M. Lexell ne reste plus longtems à Paris, nous le regreterons beaucoup, il joint à ses talens une douceur[,] une modestie qui le font aimer» (PFARAN, f. 1, op. 3, n° 66, l. 23; voir aussi l'introduction, note 14. Publié en fac-similé dans: *Uchenaïa korrespondentsia* 1937, p. 249).
[8] Dans sa lettre du 27 décembre 1780, reçue par Johann Albrecht Euler le 10 (21) janvier 1781 (PFARAN, f. 1, op. 3, n° 65, l. 21–23), Lexell indique (l. 23r): «On m'a proposé ici un joli théorème de Géométrie, dont la démonstration n'est pas très difficile. [...] Je vous prie cher Confrère de parler de ce théorème à M^r Votre Père.» L'énoncé donné et la figure qui l'accompagne montrent qu'il s'agit du théorème sur l'alignement des points d'intersection des tangentes extérieures communes à trois cercles de rayons inégaux, pris deux à deux. Ce théorème est démontré par Monge dans sa 5^e leçon à l'École Normale de l'an III; il est ainsi très probable que c'est lui, membre de l'Académie des sciences depuis janvier 1780, qui a proposé ce problème à Lexell.

Annexe 8
Condorcet à J. A. Euler
Paris, 6 mai 1784

Paris ce 6. Mai 1784[1]

Mon cher et illustre confrere, permettez-moi de vous temoigner d'abord quelque inquietude sur votre santé. M^e la Princesse Daschaw[2] a écrit sur votre election à notre académie[3] à M. le Duc de La Rochefoucauld[4] et je viens de recevoir un éloge de M. Euler par M. Fuss[5] sans aucune lettre de vous.

J'ignore à qui je dois cet eloge. Si c'est à l'auteur daignez vous charger de lui en faire mes remercimens. La partie scientifique m'a paru très bien traitée, il est rempli de reflexions justes, de détails touchans, et d'une tendresse bien vraie pour le grand homme que nous avons perdu. Je dis que nous avons perdu, car je vous avouerai que je ne croiais pas que la perte d'un homme que je n'avais jamais vu put me faire autant de peine. Cet Eloge fait en six semaines, dans une langue étrangere est un ouvrage vraiment extraordinaire, et qui doit donner la plus haute idée des talens de M. Fuss.

J'ai remis l'eloge, que je dois lire, à l'assemblée de Paques 1785, afin d'avoir plus de tems pour le mieux faire.[6] J'aurai encore celui de recevoir de vos nouvelles. Daignez ajouter encore quelques détails à ce qu'a ecrit M. Fuss. Quel est le calcul dont il parle à la page 12 – un travail qui a couté un œuil à Leonard Euler merite d'être connu quelqu'il puisse être.[7] Je voudrais aussi plus de détail sur la page 69, je n'ai qu'une idée confuse de ce dont on y parle.[8] Si vous avez quelques anecdotes personelles, si vous vous rappelez quelques mots qu'il ait dits, envoiés les moi, il suffira de les remettre à M. Caillard chargé des affaires de France, s'il est encore à Petersbourg,[9] ou à son successeur[10] ou à notre nouvel ambassadeur[11] s'il est arrivé lorsque vous aurez tout rassemblé.

M. de Verac[12] m'a fait present d'une silhouette de M. Euler qu'on dit très ressemblante, mais n'existe-t-il pas de buste, de portrait de lui en Russie, ne pourrait-on pas en avoir une copie pour l'academie des sciences qui serait tres flattée d'en orner sa salle.[13] J'ai encore une grace à vous demander, M. Euler avait commencé un travail sur les machines aérostatiques, une copie de ce travail tel qu'il est, une copie figurée de la planche sur laquelle il a écrit son dernier calcul et qu'on dit conservée dans les salles de votre académie, seraient pour moi deux presens très présieux.[14]

Voila bien des choses que je vous demande mon cher et illustre confrere, sans aucun titre pour les mériter que ma vénération pour la memoire d'un maitre que je n'ai jamais eu le bonheur de voir mais qui m'a donné des marques d'estime que je ne dois jamais oublier.

Agreez, mon cher et illustre Confrere, les assurances de mon inviolable et respectueux Attachement.

Le M[arqu]is de Condorcet

Original, 3 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, n° 68, l. 73–74r
Adresse: «A Monsieur / Monsieur Euler secrétaire / perpétuel de l'académie des / sciences, associé etranger de l'academie / des sciences de Paris etc. / à Petersbourg» (l. 74v)

[1] Annotation en haut de la 1re page: «Reçu le 19 Mai 1784», c'est-à-dire le 30 mai selon le calendrier grégorien.

[2] Il s'agit de la princesse Ekaterina Romanovna Dachkova, nommée, par Catherine II, directrice de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg en janvier 1783.

[3] Johann Albrecht Euler a été nommé le 12 février 1784 à la place d'associé étranger de l'Académie des sciences de Paris laissée vacante par la mort de son père.

[4] Le duc Louis Alexandre de La Rochefoucauld d'Enville, ami de Condorcet et académicien honoraire depuis le 22 décembre 1781, était président de l'Académie des sciences de Paris en 1784.

[5] L'Éloge d'Euler par Nicolaus Fuss a été lu lors de l'assemblée publique de l'Académie de Saint-Pétersbourg du 23 octobre (3 novembre) 1783 (*Protokoly* III, 1900, p. 708) et a fait l'objet d'une publication (N. Fuss 1783).

[6] L'Éloge d'Euler par Condorcet a été lu lors de la séance publique de l'Académie des sciences de Paris du 6 avril 1785 (Condorcet 1786; Euler 1960 (O. III 12), p. 287–310). Un manuscrit de cet Éloge, avec des corrections autographes de Condorcet, se trouve à la Bibliothèque Nationale de France à Paris (Rothschild A. XVIII. 123).

[7] Johann Albrecht Euler a certainement fait parvenir ce renseignement à Condorcet qui fait état dans son Éloge de cet événement (Condorcet 1786, p. 60–61; Euler 1960 (O. III 12), p. 304). Sur les maladies ophtalmologiques d'Euler, voir R. Bernoulli 1983.

[8] Fuss fait allusion à cet endroit aux conflits qui eurent lieu à la fin de 1782 et au début de 1783, entre l'assemblée des savants – dont lui-même en particulier – et le directeur de l'Académie, Sergueï Domachnev. Ces conflits, dans lesquels intervint Leonhard Euler (voir *Protokoly* III, 1900, p. 644–647), se dénouèrent grâce au changement de directeur effectué par l'impératrice (voir *supra*, note 2). Condorcet a pu là encore évoquer cet événement dans son Éloge (Condorcet 1786, p. 62; Euler 1960 (O. III 12), p. 305–306).

[9] Voir annexe 7, note 3.

[10] Louis François, chevalier de Charette de La Colinière (Mézin et Rjéoutski 2011, vol. 2, p. 165–166. Par méprise, le prénom indiqué dans la notice est Jean Alexandre. On trouve le prénom correct

dans le vol. 1, p. X. Anne Mézin nous a aimablement confirmé le prénom Louis François dans un message du 16 octobre 2018).

[11] Louis Philippe, comte de Ségur. Il allait arriver à Saint-Pétersbourg le 10 mars 1785 (Mézin et Rjéoutski 2011, vol. 2, p. 760).

[12] Charles Olivier de Saint-Georges, marquis de Vérac, a été ambassadeur et ministre plénipotentiaire à Saint-Pétersbourg de 1780 jusqu'à 1784 officiellement, mais il quitta la Russie le 3 novembre 1783 (Mézin et Rjéoutski 2011, vol. 2, p. 739).

[13] L'Académie des sciences de Paris ne possède pas de buste d'Euler, mais on trouve effectivement, dans le bureau du secrétaire perpétuel, un médaillon en plâtre offert par l'Académie de Saint-Pétersbourg et représentant le profil gauche d'Euler.

[14] Ici aussi (voir *supra*, notes 7 et 8), la demande de Condorcet fut satisfaite par Johann Albrecht Euler et ce document a fait l'objet d'une publication dès 1784 dans les *Mém. Paris* (1781), p. 264–268, sous le titre «Calculs sur les ballons aérostatiques faits par feu M. Léonard Euler, tels qu'on les a trouvés sur son ardoise, après sa mort arrivée le 7 septembre 1783» (Euler 1784a (E. 579); Euler 1979 (O. II 16), p. 165–169).

CORRESPONDANCE D'EULER AVEC
ANNE ROBERT JACQUES TURGOT

(10 octobre 1775 et 14 février 1778)

Anne Robert Jacques Turgot

Introduction

Après des études à Paris au séminaire de St. Sulpice et à la Sorbonne, Anne Robert Jacques Turgot, baron de l'Aulne, entra dans l'administration publique française en 1751 et fut nommé intendant de Limoges en 1761. D'esprit libéral, ami des philosophes et des encyclopédistes, il entreprit d'importantes réformes politiques, sociales, économiques et techniques dans sa province, ce qui lui valut l'estime de nombreux intellectuels, dont Condorcet qui lui voua une solide amitié. Il quitta Limoges en juillet 1774 pour entrer comme ministre de la Marine dans le premier gouvernement formé par le nouveau roi Louis XVI sous la présidence du comte de Maurepas. Mais il ne conserva cette fonction que très peu de temps, du 22 juillet au 24 août 1774, date à laquelle il fut nommé au poste beaucoup plus important de contrôleur général des Finances qu'il conserva jusqu'au 12 mai 1776, date de sa disgrâce. Dans ces deux fonctions successives, il entreprit d'importantes réformes à l'échelle nationale, qui lui valurent l'estime des milieux éclairés et la réputation de l'homme d'État le plus courageux et le plus libéral de l'Ancien Régime, en même temps que l'hostilité de divers groupes d'intérêts qui amenèrent sa chute.[1]

Intéressé par la plupart des problèmes scientifiques, et particulièrement bien informé des questions de physique, de chimie et de technique, il fut un ministre de la Marine très qualifié et un contrôleur général soucieux de développer à la fois l'agriculture, l'industrie et le commerce sans intervention excessive du pouvoir politique. C'est ainsi qu'avec les conseils de plusieurs scientifiques, en particulier ceux de Condorcet qui lui écrivait régulièrement,[2] il s'efforça de développer en France la formation et l'équipement scientifiques et techniques à tous les niveaux. C'est dans cette perspective que se situe lors de son bref passage au ministère de la Marine la démarche qu'il fit auprès du roi à l'instigation de Condorcet,[3] pour mettre à la disposition des élèves de la marine et de l'artillerie une réédition de la *Théorie complette de la construction et de la manœuvre des vaisseaux [...]*[4] d'Euler et une traduction française de la version allemande complétée par Euler[5] des *New principles of gunnery*[6] de Benjamin Robins. Condorcet pensait que des éditeurs français pourraient se charger de la publication de ces livres et que, pour obtenir le consentement a posteriori d'Euler à cet effet, on pourrait soit lui faire présent de l'édition, soit lui envoyer une gratification au nom du roi. Le 23 août 1774, veille de son départ du ministère de la Marine, Turgot écrivit au roi dans ce sens pour lui proposer d'adresser à Euler, pour le dédommager, une gratification de 5000 livres, somme qui serait prélevée sur les fonds secrets de la Marine.[7]

---

1 Pour la biographie de Turgot, voir Condorcet 1786a; Poirier 1999.

2 La correspondance de Condorcet et de Turgot est publiée dans O'Connor et Arago 1847–1849, tome 1, p. 165–278 ainsi que dans Henry 1883.

3 Voir la lettre non datée de Condorcet à Turgot – écrite sans doute en juillet 1774 – reproduite dans Henry 1883, p. 178–180.

4 Euler 1773 (E. 426; Euler 1978 (O. II 21), p. 82–222). Condorcet écrivit à ce sujet à Turgot: «Cet excellent ouvrage ne peut remplir pour la France l'objet pour lequel il a été composé: 1° parce qu'ayant été imprimé à Pétersbourg, les droits sur le papier et les frais de transport augmentent trop le prix; 2° parce qu'étant écrit en français, langue étrangère à l'auteur, il y a plusieurs endroits qu'une mauvaise construction grammaticale rend obscurs. Il serait donc utile qu'on en fît en France une édition où ces défauts seraient corrigés.» Et il ajouta qu'il se chargerait «volontiers des corrections à faire au livre de la *Théorie des manoeuvres*» (Henry 1883, p. 179).

5 Euler 1745 (E. 77; Euler 1922 (O. II 14), p. 1–409).

6 Robins 1742.

7 «Le célèbre Léonard Euler, un des plus grand mathématiciens de l'Europe, a composé deux ouvrages qui pourraient être très-utiles pour les Écoles de la Marine et de l'Artillerie. L'un est un *Traité de la Construction et de la Manœuvre des vaisseaux*; l'autre est un commentaire sur les *Principes d'artillerie* de Robins, traduit en français. Je propose à Votre Majesté d'en ordonner l'impression qui

Le départ de Turgot de ce ministère empêcha ce projet de se réaliser par cette voie, son successeur[8] au département de la Marine n'ayant certainement pas pris à son compte cette dépense, mais sans que Turgot et Condorcet en aient été informés. Quelques mois plus tard, Condorcet, ayant appris – on ne sait pas par quelle voie – qu'Euler n'avait pas encore reçu la gratification accordée, se renseigna sur les causes de ce retard. C'est à ce moment que se situe sa première lettre à Euler du 1^er^ avril 1775.[9] Dans celle-ci, Condorcet annonce à Euler qu'il recevra bientôt une «lettre de M. le Controleur general» (Turgot) relativement à l'envoi de la gratification en question. Cependant, la réaction de Turgot se fit encore attendre quelques mois et ce n'est donc que le 15 octobre 1775 qu'en sa qualité de contrôleur général des Finances il écrivit à Euler la lettre attendue, accompagnée probablement de la gratification de 1000 roubles qui y est mentionnée.[10]

Quant aux suites de cette initiative, elles ne furent pas aussi rapides que la lettre de Condorcet à Euler du 1^er^ avril 1775 semblait l'annoncer. Si la nouvelle édition française «corrigée et augmentée» du manuel destiné aux élèves de la marine, la *Théorie [...] des vaisseaux* de Leonhard Euler fut publiée à Paris dès 1776,[11] la traduction du traité d'artillerie tarda beaucoup plus. La traduction d'Auguste de Keralio que Condorcet disait déjà réalisée dans sa lettre à Turgot de juillet 1774[12] fut en effet abandonnée et un nouveau traducteur, spécialiste des questions d'artillerie, dut intervenir. De ce fait, c'est en 1783 seulement que parurent à Dijon et Paris les *Nouveaux principes d'artillerie de M. Benjamin Robins [...]*.[13]

Il n'y a certainement jamais eu une correspondance suivie entre Euler et Turgot. Il existe cependant au moins une seconde lettre adressée par ce dernier au grand mathématicien, connue seulement par un extrait, traduit en allemand et publié par Nicolaus Fuss en 1778.[14] Dans cette lettre, Turgot se réfère à un mémoire rédigé par Euler et Fuss sur les rentes viagères, les tontines et les loteries,[15] et expose ses doutes et ses critiques concernant le système des rentes viagères qu'il juge nuisible pour l'État. Cette lettre témoigne de la désillusion de Turgot sur la nature humaine, après les expériences faites lors de son ministère.

sera peu coûteuse, parce qu'on trouvera un libraire qui se chargera des frais en lui assurant le débit d'un certain nombre d'exemplaires.

Il est à observer que cette impression, faite sans le consentement de l'auteur, blesse un peu l'espèce de propriété qu'il a sur son ouvrage. Mais il est aisé de l'en dédommager d'une manière très-flatteuse pour lui et glorieuse pour Votre Majesté. Le moyen serait qu'elle voulût bien m'autoriser à écrire de sa part au sieur Euler et à lui faire toucher une gratification équivalente à ce qu'il pourrait retirer de l'édition de son livre; ce qui peut aller à peu près à cinq mille francs. Cette somme sera payée sur les dépenses secrètes de la Marine» (Henry 1883, p. 180).

8 Antoine Raymond Jean Gualbert Gabriel de Sartine.

9 Voir la lettre 1 de la correspondance entre Condorcet et Euler (R 452).

10 Voir lettre 1.

11 Euler 1776 (E. 426^2).

12 Voir correspondance Euler–Condorcet, lettre 1 (R 452), note 7.

13 Euler 1783 (E. 77B).

14 Voir lettre 2.

15 Euler 1776a (E. 473; Euler 1923 (O. I 7), p. 181–245).

1
Turgot à Euler
Fontainebleau, 15 octobre 1775

à Fontainebleau, le 15 Oct. 1775.

Pendant le tems, Monsieur, que j'ai été chargé du département de la Marine,[1] j'ai pensé que je ne pouvois rien faire de mieux pour l'instruction des jeunes gens élevés dans les écoles de la Marine et de l'Artillerie, que de les mettre à portée d'étudier les ouvrages que Vous avez donnés sur ces deux parties des Mathématiques:[2] j'ai en conséquence proposé au Roi,[3] de faire imprimer par ses ordres Votre *Traité de la construction et de la manœuvre des vaisseaux*[4], et une traduction françoise de votre commentaire[5] sur les *Principes d'Artillerie*[6] de Robins.

Si j'avois été à portée de Vous, j'aurois demandé Votre consentement, avant de disposer d'ouvrages qui vous appartiennent; mais j'ai cru que Vous seriez bien dédommagé de cette espèce de propriété par une marque de la bienveuillance du Roi. Sa Majesté m'a authorisé à Vous faire toucher une gratification de mille Roubles, qu'Elle Vous prie de recevoir comme un témoignage de l'estime qu'Elle fait de Vos travaux et que Vous meritez à tant de titres.[7]

Je m'applaudis, Monsieur, d'en être dans ce moment l'interprête, et je saisis avec un véritable plaisir cette occasion de Vous exprimer ce que je pense depuis long-tems pour un grand homme qui honore l'humanité par son génie et les sciences par ses mœurs. Je suis etc.[8]

Turgot[9].

R 2654
Publié: N. Fuss 1783, p. 35 (note); Euler 1911 (O. I 1), p. LXXI (note); Henry 1883, p. 246–247; Du Pasquier 1927, p. 104

[1] Turgot avait été ministre de la Marine pour la brève période du 22 juillet au 24 août 1774 (voir introduction).
[2] C'est en fait Condorcet qui avait eu cette idée et avait incité Turgot à encourager la publication d'une édition française de ces deux ouvrages (voir introduction).
[3] Voir sa lettre au roi du 23 août 1774 citée dans l'introduction, note 7.
[4] Euler 1773 (E. 426; Euler 1978 (O. II 21), p. 82–222). Voir aussi l'introduction, note 4.
[5] Euler 1745 (E. 77; Euler 1922 (O. II 14), p. 1–409).
[6] Robins 1742.
[7] La nouvelle de la gratification accordée à Euler par Louis XVI s'était déjà répandue dans la presse dès l'été 1775 comme en témoigne la lettre de Daniel Bernoulli à Johann Albrecht Euler du 12 août 1775 (voir Euler 2016 (O. IVA 3), p. 902–903). Six mois plus tard, le 24 février 1776, Daniel Bernoulli écrivit à Johann Albrecht Euler qu'il «trouve la lettre de Mons^r Turgot extremement gracieuse et delicatement tournée dans toute son etendue» et promit «d'en faire un secret». Évidemment Johann Albrecht Euler avait fait parvenir une copie de la lettre de Turgot à Daniel Bernoulli en le priant de la traiter confidentiellement (voir Euler 2016 (O. IVA 3), p. 910–911).
[8] Nous reproduisons ici la version définitive de la lettre de Turgot à Euler, publiée par Nicolaus Fuss. Dans le livre de Charles Henry se trouve un texte qui diffère légèrement et qui contient aussi un post-scriptum. Il est évident que Henry consulta le brouillon rédigé par Turgot (ou plutôt la copie de ce brouillon effectuée par Eliza O'Connor, qui se trouve à la bibliothèque de l'Institut de France, Ms 853, f° 207–208). Le 8 octobre 1775, Turgot écrivit à Condorcet: «Je ne sais si M. De Vaines vous a envoyé la lettre de change pour Euler. Je vous envoie la lettre que je lui écrirai en même temps afin que vous la corrigiez si elle n'est pas bien. J'ai mis le post-scriptum sur une feuille séparée parce que je ne sais s'il ne vaut pas mieux que vous vous chargiez de mander ce détail. Je me méfie toujours de la rage qu'ont les Allemands pour tout imprimer. Or, cette explication serait très ridicule si elle était imprimée» (Henry 1883, p. 244–245). Quelques jours plus tard, Condorcet rappela sans doute

à Turgot qu'il avait déjà six mois auparavant expliqué à Euler les causes du retard du paiement de la gratification (voir la lettre 1 (R 452) de la correspondance entre Condorcet et Euler); ainsi le post-scriptum ne fit sans doute pas partie de la lettre finalement envoyée à Euler.

[9] Il existe aussi un brouillon d'une lettre de Turgot à Euler rédigé par Condorcet:

«Vous avez fait des découvertes si brillantes et si profondes dans la science du mouvement des fluides et des corps solides, science qui est le fondement de la théorie de la construction et de la manœuvre des vaisseaux, que le traité élémentaire que vous avez publié sur cet objet doit être regardé comme un ouvrage vraiment précieux et fait pour être étudié par les navigateurs de toutes les nations. En conséquence, le roi a résolu de le faire réimprimer en France. Il m'a chargé de vous en instruire et de vous offrir une gratification de mille roubles comme une marque de son estime et de l'intérêt qu'il prend à un savant illustre, depuis longtemps associé à son académie et qui lui a fait tant d'honneur par ses travaux.

Sa Majesté a résolu également de faire imprimer une traduction de votre commentaire sur Robins, ouvrage où, selon le témoignage unanime de tous les géomètres qui ont vu le manuscrit, on voit briller cette sagacité et cette élégance qui semblent faire le caractère particulier de vos productions. Le roi n'a point voulu que les officiers de ses troupes qui ignorent la langue allemande fussent privés plus longtemps des lumières qu'ils peuvent puiser dans cet excellent ouvrage. J'ai été très flatté de cette occasion de vous témoigner l'admiration que j'ai depuis longtemps pour votre génie si fécond et si sublime en même temps» (Henry 1883, p. 245–246). Ce brouillon n'est pas daté, mais il fut très probablement rédigé dès 1774.

2
Turgot à Euler
Paris, 14 février 1778

Auszuge aus einem Schreiben von Herrn Fuß an den Herausgeber[1] der *Ephemeriden der Menschheit*, und aus einem Schreiben von Herrn Türgot an Herrn Leonhard Eüler über die Leibrenten, die Tontinen und die Lotterien[2]

Paris, den 14. Hornungs 1778.

Als ich Ihre Schrifft über die wachsenden Leibrenten empfieng,[3] war ich schon ausser Stand Gebrauch davon zu machen, und seit meinem Austritt vom Ministerium[4] habe ich zu wenig Verbindung mit irgend jemand, der sich mit Geschäften abgiebt, behalten, um den geringsten Einfluß, auf was es auch sey, zu haben.

Ihr Vorschlag, die wachsenden Leib Renten statt der gewöhnlichen Tontinen zu gebrauchen ist so einfach als sinnreich und allerdings der letstern Art von Anleiche vorzuziehen, – An Tontinen habe ich nie gedacht und ich gestehe Ihnen, daß ich immer die größte Abneigung gegen diese Art von Anleiche geheget habe, welche die Menschen isoliren und von den natürlichen Zuneigungen, an welche der Urheber der Natur sowohl die Glückseligkeit des einzelnen Menschen als die Erhaltung des ganzen Geschlechts befestigte, loszureißen.

Ich würde eine Anleiche vorgezogen haben, welche, mit einem *Fond d'Amortissement* verbunden, sich jährlich um die Summe der rückfallenden Zinsen vermehrt und in wenigen Jahren die gänzliche Rückzahlung des aufgenommenen Kapitals gewürkt haben müßte; und noch gestehe ich Ihnen, daß ich – durch keinen Krieg dazu genöthiget – blos entlehnt hätte um alte Schulden zu tilgen die zu höhern Zinsen contrahirt waren, als ich zu geben willens war.

Ich muß Ihnen eine Bemerkung mittheilen, die nicht wenig Ungewißheit in alle Berechnungen bringt, welche bisher zu Bestimmung der Zinse bey den Leibrenten angestellt worden. Alle diese Berechnungen gründen sich auf die bekanntesten nekrologischen Tabellen und diese auf die Bemerkungen der wirklichen Sterblichkeit einer großen Anzahl gemischter und auf Gerathewohl gewählter Personen: Es ist aber weit gefehlt, daß die

Köpfe auf welche man Geld zu Leibrenten legt auf Gerathewohl genommen wären. Seit einiger Zeit sind die grossen Kapitalisten auf das Mittel gefallen eine grosse Anzahl Renten Subscriptionsweise zu kaufen, welche sie sich anheischig machen unter viele Köpfe zu vertheilen, unter deren Nahmen sie auch die Kontrakte laufen lassen: Sie bedienen sich des Kunstgriffs die eingelegte Summe auf viele Köpfe zu vertheilen, um sich gegen grossen Verlurst in Sicherheit zu setzen. Die G***r,[5] treiben diese Spekulation noch weiter. Sie haben Mittel gefunden, sich die Pfarrlisten Schweizerischer und Savoyscher Gemeinen zu verschaffen, von denen die Luft am gesündesten gehalten wird. Wo sie die mittlere Lebenszeit am größten befanden, wählen sie die Familien, wo die meisten alte Leute sind. Sie lassen die Kinder einimpfen und auf die Köpfe mit so viel Sorgfalt gewählter Personen setzen sie ihr Geld. Man hat auch seit einiger Zeit bemerkt daß die Erlöschung der Leibrenten ausserordentlich langsam erfolgt: Besonders sind die Renten auf zween Köpfe für den auf diese Art entlehnenden Staat von untergrabender Dauer und die Spekulatoren sind sicher, in wenigen Jahren noch über die Zinse ihres Gelds viel mehr als das Capital zurück zu erhalten. Ich halte es für sehr schwer, die Aenderungen zu berechnen, welche dieser in Betrachtung gezogne Umstand in den Zinsen der Leibrenten verursachen müßte. Man behauptet auch, daß die Interessenten, um ihre Spekulation noch vortheilhafter zu machen, viele Kinder unter einerley Namen taufen lassen, um im Sterbefall eins an des andern Stelle zu setzen. Diese kaum zu entdeckenden Betrügereyen sind für den Staat ein wahres Wohl, wenn sie der Regierung diese Art zu entlehnen vereckeln, und noch besser wäre es, wenn man überhaupt Mittel fände es ihm zu verleiden, mehr Geld aufzunehmen und zu verzehren, als seine Einkünfte ertragen; doch dies ist ein Problem, welches noch lange unaufgelößt bleiben wird.

Ich habe die Ehre – –

Publié: *Ephemeriden der Menschheit oder Bibliothek der Sittenlehre, der Politik, und der Gesetzgebung*, Neuntes Stück, Basel/Mannheim/Leipzig 1778, p. 17–21

[1] Wilhelm Gottlieb Becker.
[2] De cette lettre de Turgot à Euler il n'existe que l'extrait traduit en allemand et publié par Nicolaus Fuss dans les *Ephemeriden der Menschheit [. . .]* (Ephemeriden 1778, p. 17–21).
[3] Euler 1776a (E. 473; Euler 1923 (O. I 7), p. 181–245). Ce texte fut lu à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg les 1er (12) février et 16 (27) mai 1776 (*Protokoly* III, 1900, p. 227, 241–242).
[4] Voir l'introduction.
[5] Generalpächter (fermiers généraux).

Bibliographie

Badinter, Élisabeth

2008 «Auguste de Keralio: un auxiliaire invisible de la République des sciences», in: *Dix-huitième siècle* 40, p. 53–67: 9

Baker, Keith Michael

1967 Les débuts de Condorcet au secrétariat de l'Académie des sciences (1773–1776)», in: *Revue d'histoire des sciences* 20, p. 229–280: 2

1975 *Condorcet. From natural philosophy to social mathematics*. Chicago: University of Chicago Press [Traduction française: Nobile, Michel, *Condorcet, raison et politique*. Paris: Hermann 1988]: 2

Bernoulli, René

1983 «Leonhard Eulers Augenkrankheiten», in: *Leonhard Euler. Beiträge zu Leben und Werk. Gedenkband des Kantons Basel-Stadt*. Basel: Birkhäuser, p. 471–488: 35

Birembaut, Arthur

1957 «L'Académie royale des Sciences en 1780 vue par l'astronome suédois Lexell (1740–1784)», in: *Revue d'histoire des sciences* 10, p. 148–166: 34

Bossut, Charles, *et al.*

1777 *Nouvelles expériences sur la résistance des fluides*. Paris: Jombert, fils ainé: 24, 34

Bru, Bernard; Crépel, Pierre

1994 *Condorcet. Arithmétique et politique. Textes rares ou inédits (1767–1789)*. Paris: INED: 2

Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques

1879 «Lettre de Fuss à Condorcet», in: *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, 2e série, tome 3 (mai 1879), éd. Gaston Darboux *et al.* Paris: Gauthier-Villars, p. 225–227: 26, 28

Condorcet, Marie Jean Antoine Nicolas Caritat de

1765 *Du Calcul intégral*. Paris: Didot: 9

1775 «Recherches de Calcul intégral», in: *Mém. Paris* (1772), première partie, mémoires, p. 1–98: 2

1778 «Sur quelques séries infinies dont la somme peut être exprimée par des fonctions analytiques d'une forme particulière», in: *Acta Ac. Pet.* 1 (1777), première partie, mémoires, p. 34–37: 6, 24, 28, 32

1780 «Anecdote», in: *Journal de Paris*, no 323, 18 novembre 1780, p. 1314–1315: 34

1781 «[Théorèmes analytiques]», in: *Mém. Paris* (1778), histoire, p. 42; mémoires, p. 609–614 (O. I 18, p. 77–82): 6, 11, 12, 17

1783 «Sur les fonctions indéfinies», in: *Acta Ac. Pet.* 3 (1779), deuxième partie, mémoires, p. 3–28: 6

1786 «Éloge de M. Euler», in: *Mém. Paris* (1783), histoire, p. 37–68 (O. III 12, p. 287–310): 5, 35

1786a *Vie de Monsieur Turgot*. Londres [Paris?]: 38

CONDORCET, MARIE JEAN ANTOINE NICOLAS CARITAT DE; LACROIX, SYLVESTRE-FRANÇOIS (éd.)

1787–1789 *Lettres de M. Euler à une princesse d'Allemagne sur différentes questions de physique et de philosophie*, 3 vol. Paris: Royez: 5

CRÉPEL, PIERRE; GILAIN, CHRISTIAN (dir.)

1989 *Condorcet mathématicien, économiste, philosophe, homme politique* (colloque international). Paris: Minerve: 2, 7

DU PASQUIER, LOUIS GUSTAVE

1927 *Léonard Euler et ses amis*. Paris: J. Hermann: 40

ENESTRÖM, GUSTAF

1910–1913 *Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers*. Leipzig: B. G. Teubner (Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Ergänzungsband 4): V, 54

EPHEMERIDEN

1778 «Auszuge aus einem Schreiben von Herrn Fuß an den Herausgeber der Ephemeriden der Menschheit, und aus einem Schreiben von Herrn Türgot an Herrn Leonhard Eüler über die Leibrenten, die Tontinen und die Lotterien», in: *Ephemeriden der Menschheit oder Bibliothek der Sittenlehre, der Politik, und der Gesetzgebung*, Neuntes Stück, Basel/Mannheim/Leipzig, p. 11–22: 42

EULER, LEONHARD

1745 (E. 77) *Neue Grundsätze der Artillerie enthaltend die Bestimmung der Gewalt des Pulvers nebst einer Untersuchung über den Unterscheid des Wiederstands der Luft in schnellen und langsamen Bewegungen. Aus dem Englischen des Hrn. Benjamin Robins übersetzt und mit den nöthigen Erläuterungen und vielen Anmerkungen versehen von Leonhard Euler*. Berlin: Haude (Euler 1922 (O. II 14), p. 1–409): 8, 11, 38, 40

1751 (E. 168) «De la controverse entre Mrs. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres negatifs et imaginaires», in: *Mém. Berlin* (1749), p. 139–179 (Euler 1915 (O. I 17), p. 195–232): 14

1755 (E. 212) *Institutiones Calculi differentialis cum eius usu in Analysi finitorum ac doctrina Serierum*. Berolini: ex officina Michaelis (Euler 1913 (O. I 10)): 32

1772 (E. 421) «Evolutio formulae integralis $\int x^{f-1}\,dx\,(\ell\,x)^{\frac{m}{n}}$ integratione a valore $x = 0$ ad $x = 1$ extensa», in: *N. Comm. Ac. Pet.* 16 (1771), p. 91–139 (Euler 1915 (O. I 17), p. 316–357): 20

1773 (E. 426) *Théorie complette de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux mise à la portée de ceux qui s'appliquent à la navigation*. Saint-Pétersbourg: Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences (Euler 1978 (O. II 21), p. 82–222): 8, 11, 23, 38, 40

1775 (E. 463) «De valore formulae integralis $\int \frac{z^{\lambda-\omega} \pm z^{\lambda+\omega}}{1 \pm z^{2\lambda}} \cdot \frac{dz}{z} (\ell\,z)^{\mu}$ casu, quo post integrationem ponitur $z = 1$», in: *N. Comm. Ac. Pet.* 19 (1774), p. 30–65 (Euler 1915 (O. I 17), p. 384–420): 14

1775a (E. 464) «Nova methodus quantitates integrales determinandi», in: *N. Comm. Ac. Pet.* 19 (1774), p. 66–102 (Euler 1915 (O. I 17), p. 421–457): 9, 11, 14

1776 (E. 426²) *Théorie complete de la construction et de la manœuvre des vaisseaux, mise à la portée de ceux qui s'appliquent à la navigation. Par M. Léonard Euler. Nouvelle édition corrigée et augmentée*. Paris: Claude-Antoine Jombert: 8, 18, 22, 23, 39

1776a (E. 473) *Éclaircissemens sur les établissemens publics en faveur tant des veuves que des morts, avec la déscription d'une nouvelle espèce de Tontine aussi favorable au Public qu'utile à l'État, calculés sous la direction de Monsieur Léonard Euler. Par Mr. Nicolaus Fuss. Adjoint de l'Académie Impériale des Sciences à St. Pétersbourg*. Saint-Pétersbourg: Imprimerie de l'Académie impériale (Euler 1923 (O. I 7), p. 181–245): 39, 42

1776b (E. 475) «Speculationes analyticae», in: *N. Comm. Ac. Pet.* 20 (1775), p. 59–79 (Euler 1920 (O. I 18), p. 1–22): 9

1777 (E. 486) «Nouvelles recherches sur le vrai mouvement de la Lune. Où l'on détermine toutes les inégalités auxquelles il est assujetti», in: *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences* 9, Paris: Panckoucke (Euler 1991 (O. II 24), p. 167–190): 24

1778 (E. 489) «De formulis exponentialibus replicatis», in: *Acta Ac. Pet.* 1 (1777), première partie, mémoires, p. 38–60 (Euler 1927 (O. I 15), p. 268–297): 6, 24, 32

1781 (E. 520) «Essai d'une Théorie de la Résistance qu'éprouve la Proue d'un Vaisseau dans son mouvement», in: *Mém. Paris* (1778), mémoires, p. 597–602 (Euler 1978 (O. II 21), p. 223–229): 34

1781a (E. 521) «Extraits de différentes Lettres de M. Euler à M. le Marquis de Condorcet», in: *Mém. Paris* (1778), mémoires, p. 603–609 (Euler 1920 (O. I 18), p. 69–77): 9, 11, 14, 20

1783 (E. 77B) *Nouveaux principes d'artillerie de M. Benjamin Robins, commentés par M. Léonard Euler, traduits de l'allemand, avec des notes, par M. Lombard, professeur royal aux Écoles d'Artillerie à Auxonne*. Dijon: L. N. Frantin: 8, 39

1783a (E. 539) «Supplementum calculi integralis pro integratione formularum irrationalium», in: *Acta Ac. Pet.* 4 (1780), première partie, mémoires, p. 3–31 (Euler 1920 (O. I 18), p. 83–112): 20

1784 (E. 575) «De mirabilibus proprietatibus unciarum, quae in evolutione binomii ad potestatem quamcunque evecti occurrunt», in: *Acta Ac. Pet.* 5 (1781), première partie, mémoires, p. 74–111 (Euler 1927 (O. I 15), p. 528–568): 20, 28

1784a (E. 579) «Calculs sur les Ballons aérostatiques faits par feu M. Léonard Euler, tels qu'on les a trouvés sur son ardoise, après sa mort arrivée le 7 Septembre 1783», in: *Mém. Paris* (1781), mémoires, p. 264–268 (Euler 1979 (O. II 16), p. 165–169): 36

1785 (E. 587) «Observationes in aliquot theoremata illustrissimi De La Grange», in: *Opuscula analytica* 2, p. 16–41 (Euler 1920 (O. I 18), p. 156–177): 9, 11

1785a (E. 590) «Theoremata quaedam analytica quorum demonstratio adhuc desideratur», in: *Opuscula analytica* 2, p. 76–90 (Euler 1913a (O. I 21), p. 78–90): 16

1789 (E. 629) «Evolutio formulae integralis $\int \partial x \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{\ell\, x}\right)$ a termino $x = 0$ usque ad $x = 1$ extensae», in: *N. Acta Ac. Pet.* 4 (1786), p. 3–16 (Euler 1920 (O. I 18), p. 318–334): 9

1789a (E. 630) «Uberior explicatio methodi singularis nuper expositae integralia alias maxime abscondita investigandi», in: *N. Acta Ac. Pet.* 4 (1786), p. 17–54 (Euler 1920 (O. I 18), p. 335–372): 9

1793 (E. 653) «De iterata integratione formularum integralium, dum aliquis exponens pro variabili assumitur», in: *N. Acta Ac. Pet.* 7 (1789), p. 64–82 (Euler 1920 (O. I 18), p. 458–475): 9

1794 (E. 662) «De vero valore formulae integralis $\int \partial x\,(\ell\frac{1}{x})^n$ a termino $x = 0$ usque ad terminum $x = 1$ extensae», in: *N. Acta Ac. Pet.* 8 (1790), p. 15–31 (Euler 1932 (O. I 19), p. 63–83): 20

1794a (E. 663) «Plenior expositio serierum illarum memorabilium, quae ex unciis potestatum binomii formantur», in: *N. Acta Ac. Pet.* 8 (1790), p. 32–68 (Euler 1933 (O. I 16/1), p. 193–234): 20

1794b (E. 668) «De integratione formulae $\int \frac{\partial x \sqrt{(1+x^4)}}{1-x^4}$, aliarumque eiusdem generis, per logarithmos et arcus circulares», in: *Institutionum calculi integralis volumen quartum*, [...]. Petropoli: Impensis Academiae imperialis scientiarum, p. 36–48 (Euler 1932 (O. I 19), p. 84–97): 20

1805 (E. 721) «De integrationibus difficillimis, quarum integralia tamen aliunde exhiberi possunt», in: *N. Acta Ac. Pet.* 14 (1797/1798), p. 62–74 (Euler 1932 (O. I 19), p. 369–389): 17

1911 (O. I 1) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen primum: *Vollständige Anleitung zur Algebra, mit den Zusätzen von Joseph Louis Lagrange*, Ed. Heinrich Weber. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 40

1913 (O. I 10) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen decimum: *Institutiones calculi differentialis*, Ed. Gerhard Kowalewski. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 32

1913a (O. I 21) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen vicesimum primum: *Commentationes analyticae ad theoriam integralium ellipticorum pertinentes*, volumen posterius, Ed. Adolf Krazer. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner

1915 (O. I 17) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen septimum decimum: *Commentationes analyticae ad theoriam integralium pertinentes*, volumen primum, Ed. August Gutzmer. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 11, 14, 20

1920 (O. I 18) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen duodevicesimum: *Commentationes analyticae ad theoriam integralium pertinentes*, volumen secundum, Ed. August Gutzmer et Alexander Liapounoff. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 9, 11, 12, 14, 17, 18, 20

1922 (O. II 14) Leonhardi Euleri opera omnia, Series secunda: Opera mechanica et astronomica, volumen quartum decimum: *Neue Grundsätze der Artillerie. Aus dem Englischen des Herrn Benjamin Robins übersetzt und mit vielen Anmerkungen versehen. Mit vier ballistischen Abhandlungen*, Ed. Friedrich Robert Scherrer. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 8, 38, 40

1923 (O. I 7) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen septimum: *Commentationes algebraicae ad theoriam combinationum et probabilitatum pertinentes*, Ed. Louis Gustave Du Pasquier. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 39, 42

1927 (O. I 15) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen quintum decimum: *Commentationes analyticae ad theoriam serierum infinitarum pertinentes*, volumen secundum, Ed. Georg Faber. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 6, 20

1932 (O. I 19) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen undevicesimum: *Commentationes analyticae ad theoriam integralium pertinentes*, volumen tertium, Ed. Alexander Liapounoff, Adolf Krazer, Georg Faber. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 14, 17, 20

1933 (O. I 16/1) Leonhardi Euleri opera omnia, Series prima: Opera mathematica, volumen sextum decimum, sectio prima: *Commentationes analyticae ad theoriam serierum infinitarum pertinentes*, volumen tertium, sectio prima, Ed. Carl Boehm. Lipsiae et Berolini: B. G. Teubner: 20

1960 (O. III 12) Leonhardi Euleri opera omnia, Series tertia: Opera physica, miscellanea, epistolae, volumen duodecimum: *Lettres à une princesse d'Allemagne, accesserunt Rettung der göttlichen Offenbarung, Éloge d'Euler par le Marquis de Condorcet*, volumen posterius, Ed. Andreas Speiser. Turici: Orell Füssli: 5, 35

1975 (O. IVA 1) Leonhardi Euleri opera omnia, Series Quarta A: Commercium epistolicum, volumen primum: *Descriptio commercii epistolici*, Ed. Adolf P. Juškevič, Vladimir I. Smirnov, Walter Habicht. Basileae: Birkhäuser: V, 3, 11, 20, 24, 54

1978 (O. II 21) Leonhardi Euleri opera omnia, Series secunda: Opera mechanica et astronomica, volumen vicesimum primum: *Commentationes mechanicae et astronomicae ad scientiam navalem pertinentes*, volumen posterius, Ed. Walter Habicht. Basileae: Birkhäuser: 8, 23, 38, 40

1979 (O. II 16) Leonhardi Euleri opera omnia, Series secunda: Opera mechanica et astronomica, volumen sedecimum: *Commentationes mechanicae ad theoriam machinarum pertinentes*, volumen posterius, Ed. Charles Blanc, Pierre de Haller. Turici: Orell Füssli: 36

1980 (O. IVA 5) Leonhardi Euleri opera omnia, Series Quarta A: Commercium epistolicum, volumen quintum: *Commercium cum A. C. Clairaut, J. D'Alembert et J. L. Lagrange / Correspondance de Leonhard Euler avec A. C. Clairaut, J. D'Alembert et J. L. Lagrange*, Ed. Adolf P. Juškevič et René Taton. Basileae: Birkhäuser: IV, 4, 9, 11, 15, 18

1986 (O. IVA 6) Leonhardi Euleri opera omnia, Series Quarta A: Commercium epistolicum, volumen sextum: *Commercium cum P.-L. M. de Maupertuis et Frédéric II / Correspondance de Leonhard Euler avec P.-L. M. de Maupertuis et Frédéric II*, Ed. Pierre Costabel, Eduard Winter †, Ašot T. Grigorijan et Adolf P. Juškevič. Basileae: Birkhäuser: IV

1991 (O. II 24) Leonhardi Euleri opera omnia, Series secunda: Opera mechanica et astronomica, volumen vicesimum quartum: *Sol et Luna II*, Ed. Charles Blanc. Basileae: Birkhäuser

2016 (O. IVA 3) Leonhardi Euleri opera omnia, Series Quarta A: Commercium epistolicum, volumen tertium: *Commercium epistolicum cum Daniele, Johanne II, Johanne III Bernoulli* [...] */ Briefwechsel mit Daniel, Johann II und Johann III Bernoulli* [...], Ed. Emil A. Fellmann †, Gleb K. Mikhajlov. Basileae: Birkhäuser: 32, 40

2017 (O. IVA 7) Leonhardi Euleri opera omnia, Series Quarta A: Commercium epistolicum, volumen septimum: *Commercium epistolicum cum L. Bertrand, Ch. Bonnet, M. M. Bousquet, J. de Castillon, G. Cramer, Ph. Cramer, G. Cuenz, A. von Haller, G. L. Lesage, J. M. von Loen, J. C. Wettstein / Correspondance de Leonhard Euler avec L. Bertrand, Ch. Bonnet, M. M. Bousquet, J. de Castillon* [...], Ed. Siegfried Bodenmann, Vanja Hug, Mirjana Ilić, Andreas Kleinert. Basileae: Birkhäuser: IV

Fuss, Nicolaus

1781 «Observations et Expériences sur les aimans artificiels, principalement sur la meilleure manière de les faire», in: *Acta Ac. Pet.* 2 (1778), deuxième partie, histoire, p. 35–75: 26

1783 *Éloge de Monsieur Léonard Euler, lu à l'Académie impériale des sciences, dans son assemblée du 23 octobre 1783*. Saint-Pétersbourg: 35, 40

1785 «Recherches sur le dérangement d'une comète qui passe près d'une planète», in: *Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie royale des sciences, par divers savans* 10, p. 1–64: 4, 11, 15, 28

Fuss, Paul Heinrich (éd.)

1843 *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII*$^{\text{ème}}$ *siècle*, 2 vol. Saint-Pétersbourg: Imprimerie de l'Académie impériale des sciences: 32

Gilain, Christian

1988 «Condorcet et le calcul intégral», in: Roshdi Rashed (éd.), *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques.* Paris: Blanchard, p. 85–147: 2, 29

1993 «Condorcet, les mathématiques et le *Supplément à l'Encyclopédie*», in: *Lekton* III-1, p. 79–92: 2

1996 «Sur la correspondance de Condorcet avec Euler et ses disciples de Pétersbourg», in: *Mélanges de l'École française de Rome. Italie et Méditerranée*, t. 108, p. 517–531: 2

2013 «Sur l'expression "Mathématiques des Lumières"», in: Simone Mazauric et Pierre-François Moreau (dir.), *Raison et passions des Lumières.* Paris: L'Harmattan, p. 213–226: 5

Henry, Charles (éd.)

1883 *Correspondance inédite de Condorcet et de Turgot, 1770–1779*. Paris: Charavay Frères: 2, 9, 38–41

Lagrange, Joseph-Louis

1777 «Essai d'une nouvelle méthode pour résoudre le Problème des trois corps», in: *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences* 9, Paris: Panckoucke (*Œuvres*, vol. 6, 1873, p. 229–324): 24

1785 «Recherches sur la Théorie des Perturbations que les Comètes peuvent éprouver par l'action des Planètes», in: *Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie royale des sciences, par divers savans* 10, p. 65–160 (*Œuvres*, vol. 6, 1873, p. 403–503): 15

1873 *Œuvres de Lagrange,* vol. 6, éd. Joseph-Alfred Serret. Paris: Gauthier-Villars

1882 *Œuvres de Lagrange,* vol. 13, éd. Joseph-Alfred Serret. Paris: Gauthier-Villars: 6

1892 *Œuvres de Lagrange,* vol. 14, éd. Joseph-Alfred Serret et Gaston Darboux. Paris: Gauthier-Villars et fils: 2, 17

Lexell, Anders Johan

1776 «Remarques sur le problème dans lequel il est proposé de trouver la plus grande différence entre l'obliquité de la route des vaisseaux, et celle de la force poussante», in: Euler 1776 (E. 426^2), p. 257–265: 23

Mézin, Anne; Rjéoutski, Vladislav (éd.)

2011 *Les Français en Russie au siècle des Lumières. Dictionnaire des Français, Suisses, Wallons et autres francophones en Russie de Pierre le Grand à Paul I^{er}*, 2 vol. Ferney-Voltaire: Centre international d'étude du XVIII^e siècle: 26, 34–36

O'Connor, Arthur; Arago, François (éd.)

1847–1849 *Œuvres de Condorcet*, 12 vol. Paris: Didot: 38

Pavlova, Galina

1964 «Lalande and the St. Petersburg Academy of Sciences», in: *Actes du dixième Congrès international d'Histoire des sciences (Ithaca)*, Ed. Henry Guerlac, vol. 2. Paris: Hermann, p. 743–746: 24

Poirier, Jean-Pierre

1999 *Turgot. Laissez-faire et progrès social*. [Paris]: Perrin: 38

Protokoly

1900 Протоколы засѣданій Конференціи императорской Академіи наукъ съ 1725 по 1803 года / Procès-verbaux des séances de l'Académie impériale des sciences depuis sa fondation jusqu'à 1803, t. 3. С.-Петербургъ: 6, 9, 12, 14, 16, 18, 20, 21, 24, 26, 32, 34, 35, 42

Robinet, Jean Baptiste René (éd.)

1776–1777 *Supplément à l'Encyclopédie, ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société de gens de lettres*, 4 vol. Amsterdam: Marc-Michel Rey: 2

Robins, Benjamin

1742 *New principles of gunnery: containing the determination of the force of gun-powder, and an investigation of the difference in the resisting power of the air to swift and slow motions*. London: J. Nourse: 8, 38, 40

Sergescu, Pierre

1951 «La contribution de Condorcet à l'*Encyclopédie*», in: *Revue d'histoire des sciences* 4, p. 233–237: 2

Stén, Johan Carl-Erik

2014 *A Comet of the Enlightenment. Anders Johan Lexell's Life and Discoveries* (Vita Mathematica 17). Basel *et al.*: Birkhäuser: 34

Taton, René

1959 «Condorcet et Sylvestre-François Lacroix (I)», in: *Revue d'histoire des sciences* 12, p. 127–158: 5

Uchenaïa korrespondentsia

1937 Ученая корреспонденция Академии наук XVIII века. Научное описание, 1766–1782. Составила Инна И. Любименко. Москва, Ленинград (Труды Архива Академии наук СССР, выпуск 2): 24, 34

Voltaire

1977–1993 *Correspondance*, 13 vol., éd. Theodore Besterman. Paris: Gallimard: 2

Registre des noms de personnes

(Pour les abréviations, voir la Liste des abréviations, p. 54)

D'Alembert, Jean Le Rond (1717 Paris – 1783 Paris). Mathématicien, physicien, philosophe. Ac. Sc. Paris (m. adj. 1741, m. ass. 1746, m. pens. 1756, sous-directeur 1768, directeur 1769); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1746); FRS 1748; Ac. française (m. 1754, secrétaire perpétuel 1772); Ac. Sc. SPb (m. é. 1764); Ac. Sc. Turin (m. é. 1766), voir BEOL: 5–9, 12, 15, 24, 33

Ammann, Stephan : V BEOL-person

Arago, François: 49

l'Aulne, Anne Robert Jacques Turgot, baron de: voir Turgot, Anne Robert Jacques BEOL-person

Badinter, Élisabeth: 9, 43

Baker, Keith Michael: 43

Becker, Wilhelm Gottlieb (1753 Obercallenberg, Saxe – 1813 Dresde). Écrivain, éditeur, historien de l'art. Professeur au Philanthropinum à Dessau 1776, à l'Académie des chevaliers à Dresde 1782, intendant de la Galerie des Antiquités ainsi que du Cabinet des Monnaies et Médailles de Dresde 1795: 41, 42 BEOL-person

Bernoulli, Daniel (1700 Groningue – 1782 Bâle). Mathématicien, physicien, médecin. Professeur à l'université de Bâle 1733. Ac. Sc. SPb (m. o. 1725, m. é. 1733); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1746); Ac. Sc. Paris (m. ass. é. 1748); FRS 1750: 30, 32, 40 BEOL-person

Bernoulli, René: 43

Birembaut, Arthur: 34, 43

Bossut, abbé Charles (1730 Tartaras, Loire – 1814 Paris). Mathématicien et historien des mathématiques. Professeur, puis examinateur à l'École du génie de Mézières, examinateur à l'École polytechnique. Ac. Sc. Paris (m. c. 1753, m. adj. 1768, m. ass. 1770, m. pens. 1779); Ac. Sc. SPb (m. é. 1778): 15, 23, 24, 33, 43 BEOL-person

Bru, Bernard: 43

Caillard, Antoine Bernard (1731 ou 1737 Aignay-le-Duc, Côte-d'Or – 1807 Paris). Diplomate, homme politique. Travailla avec Turgot à Limoges, secrétaire de légation à Parme 1770, à Cassel 1773, à Copenhague 1775, à SPb 1780, chargé d'affaires à SPb 1783, à La Haye 1787, ministre plénipotentiaire à Ratisbonne, puis aux Pays-Bas 1793 et à Berlin 1795, garde des archives du ministère des Relations extérieures 1797: 32–35 BEOL-person

Cassini de Thury, César François (1714 Thury, Oise – 1784 Paris). Astronome, géographe. Directeur de fait de l'Observatoire royal 1756. Ac. Sc. Paris (m. adj. surnuméraire 1735, m. adj. 1741, m. pens. 1745); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1746); FRS 1751: 15 BEOL-person

Catherine II (Екатерина II), dite Catherine la Grande (1729 Stettin – 1796 SPb). Impératrice de Russie 1762. Ac. Sc. Berlin (m. h. 1776): 26, 34, 35 BEOL-person

Charette de La Colinière, Louis François, chevalier de (1750 château de La Colinière près de Nantes – 1792 Paris). Diplomate, homme militaire. Capitaine de cavalerie 1783, précepteur des enfants du comte d'Artois, chargé d'affaires à SPb 1784: 35 BEOL-person

Chouvalov, Andreï Petrovitch (Шувалов, Андрей Петрович), comte (1744 – 1789 SPb). Homme politique, écrivain: 25, 26 BEOL-person

Condorcet, Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, marquis de (1743 Ribemont, Aisne – 1794 Bourg-la-Reine). Mathématicien, philosophe. Ac. Sc. Turin (m. é. 1766); Ac. Sc. Paris (m. adj. 1769, m. pens. 1773, secrétaire perpétuel 1776); Ac. Sc. SPb (m. é. 1776/1777); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1786): IV, 1–7, **8**, 9, **10**, **11**, 12, 14, **14–17**, 17, 18, 20, **23**, 23, 24, 26, **28**, **29**, 30, 32, **34**, **35**, 36, 38–41, 43, 44 BEOL-person

Corberon, Marc Marie Daniel Bourrée, chevalier de (1748 Paris – 1810 Paris). Diplomate, homme militaire. 2^{e} enseigne au régiment des gardes françaises 1764, 1er enseigne BEOL-person

1768, sous-lieutenant 1772, mestre de camp 1780; conseiller de légation à Cassel 1774, secrétaire d'ambassade et puis chargé d'affaires à SPb 1775–1780, ministre plénipotentiaire au duché des Deux-Ponts 1782–1783: 25, 26

Crépel, Pierre: 43, 44

Dachkova, Ekaterina Romanovna (Дашкова, Екатерина Романовна), princesse (1743 SPb – 1810 Moscou). Directrice de l'Ac. Sc. SPb 1783–1796. Ac. Sc. Stockholm (m. é. 1783); American Philosophical Society (m. é. 1789); Leopoldina (m. 1789): 34, 35 BEOL-person

Dionis du Séjour, Achille Pierre (1734 Paris – 1794 Vernou, Seine-et-Marne). Astronome, mathématicien, homme politique. Conseiller au Parlement 1758, député à l'Assemblée nationale constituante 1789–1791. Ac. Sc. Paris (m. ass. libre 1765); FRS 1775; Ac. Sc. Stockholm (m. é. 1776); Ac. Sc. Göttingen (m. é. 1775): 8 BEOL-person

Domachnev, Sergueï Gerasimovitch (Домашнев, Сергей Герасимович), (1743 Moscou – 1795 Moscou). Écrivain. Directeur de l'Ac. Sc. SPb 1775–1783. Ac. Sc. Berlin (m. é. 1777): 35

Du Pasquier, Louis Gustave: 40, 44

Eneström, Gustaf (1852 Nora, Suède – 1923 Stockholm). Mathématicien, historien des mathématiques, bibliothécaire. Auteur d'un inventaire des œuvres de Leonhard Euler (voir bibliographie): V, 44 BEOL-person

Euler, Johann Albrecht (1734 SPb – 1800 SPb). Mathématicien, physicien, astronome. Ac. Sc. Berlin (m. o. 1754, m. é. 1766); Ac. Sc. Munich (m. é. 1762); Ac. Sc. SPb (m. o. 1766, secrétaire de la Conférence 1769); Ac. Sc. Göttingen (m. é. 1779); Ac. Sc. Paris (m. ass. é. 1784): 3–6, 20, 24, **25**, 25–29, 32, 34–36, 40 BEOL-person

Euler, Leonhard (1707 Bâle – 1783 SPb). Mathématicien, physicien, astronome. Ac. Sc. SPb (m. adj. 1726, m. o. 1731, m. é. 1742, m. o. 1766); Ac. Sc. Berlin (m. o. 1741, m. é. 1766); FRS 1747; Ac. Sc. Paris (m. ass. é. surnuméraire 1755, m. ass. é. 1761); Ac. Sc. Turin (m. é. 1760): passim BEOL-person

Fellmann, Emil (1927–2012): IV BEOL-person

Fouchy, Jean-Paul Grandjean de (1707 Paris – 1788 Paris). Astronome, mécanicien. Auditeur à la Chambre des comptes, secrétaire du duc d'Orléans. Ac. Sc. Paris (m. adj. surnuméraire 1731, m. adj. 1733, m. ass. 1741, secrétaire perpétuel 1743, m. pens. vétéran 1776); FRS 1740: 10, 26 BEOL-person

Friedrich Wilhelm (1744 Berlin – 1797 Potsdam). Prince de Prusse 1758, roi de Prusse 1786: 32, 34 BEOL-person

Fuss, Nicolaus (1755 Bâle – 1825 SPb). Mathématicien, astronome. Élève et secrétaire d'Euler à SPb 1773–1783; se maria avec Albertine Euler, la fille de Johann Albrecht Euler 1784. Ac. Sc. SPb (m. adj. 1776, m. o. 1783, secrétaire perpétuel 1800); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1793); Ac. Sc. Stockholm (m. é. 1797): 3–6, 10, 11, 15, 18, 20, 25, **26**, **27**, 28, **29–33**, 34, 35, 39–42, 48 BEOL-person

Fuss, Paul Heinrich (1798 SPb – 1855 SPb). Mathématicien, physicien. Arrière-petit-fils de Leonhard Euler. Ac. Sc. SPb (m. adj. 1818, m. o. 1823, secrétaire perpétuel 1826): 32, 48 BEOL-person

Gilain, Christian: IV, VI, 44, 48 BEOL-person

Henry, Charles (1859 Bollwiller, Alsace – 1926 Versailles). Historien des mathématiques, bibliothécaire, physiologiste. Bibliothécaire à la Sorbonne 1881, maître de conférences du Laboratoire de physiologie des sensations à l'École pratique des hautes études 1892 et directeur 1897; Docteur ès sciences 1911: 40, 48 BEOL-person

Hug, Vanja: IV, VI

Kareva, Natalia (Карева, Наталиа): V

Keralio, Auguste Guy Guinement, chevalier de (1715 Rennes – 1805 Paris). Homme militaire, écrivain. Lieutenant 1734, aide-major 1735, capitaine 1741, gouverneur du comte de Gisors 1754, secrétaire du duc de Nivernais (l'ambassadeur à Berlin) 1756, sous-gouverneur du prince Ferdinand de Parme 1757–1769. Ac. Sc. Parme (m. h. 1757): 9, 39 BEOL-person

Kleinert, Andreas: VI BEOL-person

Lacroix (de La Croix), Sylvestre François (1765 Paris – 1843 Paris). Mathématicien, astronome. Professeur à l'École des gardes de la Marine de Rochefort 1782, au Lycée de Paris 1786, à l'École militaire de Paris 1787, à l'École d'artillerie de Besançon 1788, à l'École centrale des Quatre-Nations 1794, à l'École polytechnique 1799, au Lycée Bonaparte 1805, à la Faculté des sciences de Paris 1809, au Collège de France 1812. Ac. Sc. Paris (m. c. 1789, m. o. 1799): 5, 44 BEOL-person

Lagrange, Joseph-Louis (1736 Turin – 1813 Paris). Mathématicien. Ac. Sc. Berlin (m. é. 1756, m. o. 1766, m. é. 1787); Ac. Sc. Turin (m. fondateur 1757, président honoraire 1783); Ac. Sc. Paris (m. ass. é. 1772, m. pens. vétéran 1787); Ac. Sc. SPb (m. é. 1776/1777), FRS 1791: 2–4, 6, 7, 9, 11, 14, 15, 17, 23, 24, 48 BEOL-person

Lalande, Joseph Jérôme Lefrançois de (1732 Bourg-en-Bresse – 1807 Paris). Astronome. Professeur au Collège royal 1762, directeur de l'Observatoire royal 1768. Ac. Sc. Berlin (m. é. 1751); Ac. Sc. Paris (m. adj. 1753, m. ass. 1758, m. pens. 1772, m. résidant de la I^re classe de l'Institut national 1795); FRS 1763; Ac. Sc. SPb (m. é. 1764); Ac. Sc. Stockholm (m. é. 1765): 18, 22–25 BEOL-person

Laplace, Pierre Simon de (1749 Beaumont-en-Auge, Normandie – 1827 Paris). Mathématicien, astronome, physicien. Ac. Sc. Turin (m. é. 1766); Ac. Sc. Paris (m. adj. 1773, m. pens. 1785); FRS 1789; Ac. Sc. SPb (m. é. 1802); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1808): 8 BEOL-person

La Rochefoucauld d'Enville, Louis Alexandre, duc de (1743 Paris – 1792 Gisors, Normandie). Homme politique. Ac. Sc. Paris (m. h. 1781, président 1784): 34, 35 BEOL-person

Legendre, Adrien Marie (1752 Paris – 1833 Auteuil). Mathématicien. Ac. Sc. Paris (m. adj. 1783, m. ass. 1785, m. résidant de la I^re classe de l'Institut national 1795); FRS 1789: 20 BEOL-person

Le Monnier, Pierre Charles (1715 Paris – 1799 Hérils près de Bayeux, Normandie). Astronome, mathématicien. Participa à l'expédition de Laponie (1736–1737) dirigée par Maupertuis; professeur au Collège royal 1746. Ac. Sc. Paris (m. adj. 1736, m. ass. 1741, m. pens. 1746, sous-directeur 1751 et 1764, directeur 1752 et 1765); FRS 1739; Ac. Sc. Berlin (m. é. 1745): 15 BEOL-person

Lexell, Anders Johan (1740 Turku, Finlande – 1784 SPb). Mathématicien, astronome. Ac. Sc. SPb (m. adj. 1768, m. o. 1771); Ac. Sc. Stockholm (m. é. 1773); Ac. Sc. Paris (m. c. 1776); Ac. Sc. Turin (m. é. 1783): 3, 5, 6, 17, 18, **21**, **22**, 23, 33, 34, 48 BEOL-person

Louis XVI (1754 Versailles – 1793 Paris). Roi de France 1774–1792: 3, 8, 25, 38–41 BEOL-person

Maurepas, Jean-Frédéric Phélypeaux de Pontchartrain, comte de (1701 Versailles – 1781 Versailles). Homme politique. Secrétaire d'État 1723–1749, ministre d'État 1774. Ac. Sc. Paris (m. h. 1725): 38 BEOL-person

Mézin, Anne: 36, 49 BEOL-person

Monge, Gaspard (1746 Beaune – 1818 Paris). Mathématicien, homme politique. Professeur à l'École du génie de Mézières 1769, à l'École polytechnique 1794, à l'École Normale de l'an III 1795. Ac. Sc. Turin (m. é. 1770); Ac. Sc. Paris (m. c. 1772, m. adj. 1780, m. ass. 1785, m. résidant de la I^re classe de l'Institut national 1795); Ac. Sc. Berlin (m. c. 1812): 34 BEOL-person

O'Connor, Arthur: 49

O'Connor, Alexandrine Louise Sophie (nommée Eliza) (1790 Paris – 1859). Fille du marquis de Condorcet et de Sophie de Grouchy; épouse d'Arthur O'Connor 1807: 40 BEOL-person

Pavlova, Galina: 49

Poirier, Jean-Pierre: 49

Rieucau, Nicolas: V

Robinet, Jean Baptiste René: 49

Robins, Benjamin (1707 Bath – 1751 Fort St David, Inde). Mathématicien, ingénieur. Ingénieur en chef de la Compagnie anglaise des Indes orientales 1749. FRS 1727: 8, 38–41, 49 BEOL-person

Sartine, Antoine Raymond Jean Gualbert Gabriel de, comte d'Alby (1729 Barcelone – 1801 Tarragone). Homme politique. Conseiller criminel au Châtelet 1752, lieutenant criminel 1755, lieutenant général de police 1759, maître des requêtes 1759, directeur de la Librairie 1763, conseiller d'État 1767, ministre de la Marine 1774: 8, 39 BEOL-person

Ségur, Louis Philippe, comte de (1753 Paris – 1830 Paris). Diplomate, homme militaire, historien, écrivain. Sous-lieutenant 1769, capitaine 1772, mestre de camp 1776, débarqua aux États-Unis 1782, ambassadeur en Russie 1785, maréchal de camp 1791, député au Corps législatif, conseil d'État 1801, grand maître des cérémonies 1804, sénateur 1813, pair de France 1814 ou 1819, grand Commandeur du Suprême Conseil de France 1822. Ac. française (m. 1803): 35, 36 BEOL-person

Sergescu, Pierre: 49

Spamer, Earle E.: V BEOL-person

Stén, Johan Carl-Erik: 49

Taton, René (1915–2004): IV, 49 BEOL-person

Tunkina, Irina Vladimirovna (Тункина, Ирина Владимировна): V BEOL-person

Turgot, Anne Robert Jacques, baron de l'Aulne (1727 Paris – 1781 Paris). Homme politique, économiste. Intendant du Limousin 1761, ministre de la Marine 1774, contrôleur général des Finances 1774: IV, 2, 3, 8, 9, 37–39, **40–42**, 50 BEOL-person

Vaines, Jean (François) de (1733 ou 1735 Paris – 1803). Économe, écrivain. Directeur des Domaines de Limoges, premier commis du Contrôle général des Finances 1774, lecteur du cabinet du roi 1775, administrateur des Postes, receveur général à Caen 1779, membre du Comité de la trésorerie générale 1791, conseiller d'État 1800. Ac. française (m. 1803): 40 BEOL-person

Vérac, Charles Olivier de Saint-Georges, marquis de (1743 château de Couhé-Vérac, Poitou-Charentes – 1828). Diplomate, homme militaire. Au service des mousquetaires 1757, aide de camp 1761, mestre de camp 1763, ministre plénipotentiaire à Cassel 1773, à Copenhague 1775, ambassadeur et ministre plénipotentiaire à SPb 1780, à La Haye 1785, à Soleure en Suisse 1789, lieutenant général honoraire 1816, pair de France 1818: 34–36 BEOL-person

Voltaire, François Marie Arouet, dit (1694 Paris – 1778 Paris). Écrivain, philosophe, historien. FRS 1743; Ac. française (m. 1746); Ac. Sc. SPb (m. h. 1746); Ac. Sc. Berlin (m. é. 1746): 2, 49 BEOL-person

Liste des abréviations

Ac. Sc. Berlin	Académie royale des sciences et belles-lettres de Berlin
Ac. Sc. Paris	Académie royale des sciences de Paris
Ac. Sc. SPb	Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg
Acta Ac. Pet.	*Acta Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*
E. xx	n^{o} xx de la bibliographie des œuvres de Leonhard Euler dans Eneström (voir ci-dessous)
Eneström	cf. bibliographie, Eneström 1910–1913
f.	Фонд (fonds; indication du département à la PFARAN)
f^{o}	folio (feuillet)
FRS	Fellow of the Royal Society
l.	лист (feuille)
M.; Mr; Mon^{r}; M^{r}	Monsieur
m.	membre
m. adj.	membre adjoint
m. ass.	membre associé
m. ass. é.	membre associé étranger
m. c.	membre correspondant
m. é.	membre étranger
m. h.	membre d'honneur
m. o.	membre ordinaire
m. pens.	membre pensionnaire
M^{e}	Madame
Mém. Berlin	*Histoire de l'Académie royale des sciences et belles lettres*
Mém. Paris	*Histoire de l'Académie royale des sciences. Avec les mémoires de mathématique et de physique, [. . .], Tirés des registres de cette Académie*
MM.; Mrs.	Messieurs
Ms	Manuscrit
Mss	Manuscrits
N. Acta Ac. Pet.	*Nova acta Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*
N. Comm. Ac. Pet.	*Novi commentarii Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*
n^{o}	numéro
O.	Euler, Leonhard, *Opera omnia*. Leipzig, Zürich, Basel 1911– (suivi du n^{o} de la série en chiffres romains et de celui du volume en chiffres arabes)
op.	опись (inventaire/registre)
p.	page(s)
PFARAN	Sankt-Peterburgskiĭ filial Arkhiva Rossiĭskoĭ Akademii Nauk = Filiale de Saint-Pétersbourg des archives de l'Académie des sciences de Russie
r	recto
R xx	n^{o} xx dans l'inventaire général de la correspondance de Leonhard Euler (Euler 1975 (O. IVA 1), p. 1–472)
SPb	Saint-Pétersbourg
t.	tome
v	verso
vol.	volume(s)