Leonhard Eulers Leben und Werk – Eine Übersicht

Andreas Verdun

Zusammenfassung

Leonhard EULER war einer der produktivsten und kreativsten Naturwissenschaftler aller Zeiten. Seine Publikationsliste enthält rund 900 Monographien und Abhandlungen, vorwiegend aus den Gebieten der exakten Wissenschaften und ihren Anwendungen in Technik und Ingenieurwesen. Sein wissenschaftlicher Briefwechsel wird auf über 6.000 z. T. umfangreiche Briefe geschätzt, wovon etwa die Hälfte noch erhalten ist. Er hinterließ zahlreiche Notizbücher und Manuskripte. In den Disziplinen Mathematik, Physik und Astronomie vollbrachte er Leistungen ersten Ranges. Damit prägte er die exakten Wissenschaften des 18. Jahrhunderts maßgebend. Es ist vor allem EULERs Verdienst, die mathematische Beschreibung der Natur vorangetrieben und in jene Form gebracht zu haben, die heute noch als „selbstverständliche“ Grundlage vorausgesetzt und verwendet wird. Zahlreiche mathematische Methoden und physikalische Prinzipien gehen direkt auf EULER zurück oder wurden von ihm „formalisiert“. Insbesondere schuf er fundamentale Begriffe und entdeckte mathematische Sätze und physikalische Gesetze von zentraler Bedeutung. EULERs Genie kommt am deutlichsten in den Methoden zum Ausdruck, mit denen er die verschiedensten Probleme anging, löste und in vollendeter Klarheit und Einfachheit darstellte.

Zur Biographie

Leonhard EULER wurde am 15. April 1707 in Basel geboren. Seine Mutter war Margaretha EULER, geb. BRUCKER, Tochter eines Basler Spitalpfarrers. Sein Vater war der Pfarrer Paulus EULER, Sohn eines Strählmachers. Während der ersten Semester seines Theologiestudiums in Basel widmete sich Paulus EULER mathematischen Studien, die er bei JACOB BERNOULLI abschloss. Leonhard EULER hatte drei jüngere Geschwister, zwei Schwestern und einen Bruder. Kindheit und Jugend verbrachte er in Riehen, einem kleinen Dorf in der Nähe von Basel, wo sein Vater 1708 zum Pfarrer gewählt wurde. Von ihm erhielt EULER seinen ersten elementaren Unterricht. Vermutlich im achten Lebensjahr wurde er in die Lateinschule in Basel geschickt. Das Basler Gymnasium befand sich zu dieser Zeit in einem kläglichen Zustand. EULERs Eltern bemühten sich um eine effiziente Aus- und Weiterbildung ihrer Kinder. Sie engagierten deshalb für EULER einen jungen Theologen als Privatlehrer. Dieser war ein begeisterter Mathematiker, der seinen Schüler richtungsweisend beeinflusst haben muss. Mit dreizehn Jahren, im Oktober 1720, immatrikulierte sich EULER an der Philosophischen Fakultät der Universität Basel, um nach zwei Jahren die *prima laurea* zu erlangen. In dieser Zeit hörte er die Pflichtvorlesungen in Geometrie sowie praktischer und theoretischer Arithmetik bei JOHANN I BERNOULLI. Im Herbst 1723 schloss er sein Studium mit der Erlangung der Magisterwürde ab. Dem väterlichen Wunsch entsprechend immatrikulierte er sich anschließend an der Theologischen Fakultät. Sein Hauptinteresse galt aber längst den höheren Vorlesungen von JOHANN BERNOULLI, die er mittlerweile auch in dessen *Privatissima* genießen durfte und die seine weitere Entwicklung zum bedeutendsten Wissenschaftler des 18. Jahrhunderts entscheidend förderten. EULER bewarb sich im Frühjahr 1727 mit einer Dissertation über den Schall vergeblich um die freigewordene Physikprofessur in Basel. Am 5. April 1727 verließ er seine Heimatstadt und folgte einem durch seinen Freund DANIEL BERNOULLI vermittelten Ruf an die von Zar PETER I. kurz zuvor gegründeten Akademie von St. Petersburg. Zuerst mit Vorlesungen über Mathematik, Physik und Logik betreut, konnte EULER 1731 die freigewordene Physikprofessur übernehmen. Gleichzeitig avancierte er zum Ordentlichen Mitglied der Petersburger Akademie. Am 27. Dezember 1733 heiratete er Katharina GSELL, die Tochter eines aus St. Gallen stammenden, in Petersburg lebenden Kunstmalers. Sie schenkte ihm dreizehn Kinder, wovon acht nicht älter als drei Jahre wurden. Nur die drei Söhne Johann Albrecht, Karl Johann und Christoph überlebten ihren Vater. In den ersten Monaten des Jahres 1735 erlitt EULER eine lebensgefährliche Erkrankung, in deren Folge er im Spätsommer 1738 sein rechtes Auge verlor. Die Zuspitzung der innenpolitischen Situation in Russland sowie andere Gründe bewogen ihn, Petersburg am 19. Juni 1741 mit seiner Familie zu verlassen und einem Ruf FRIEDRICHS II. nach Berlin zu folgen, wo er als neues Mitglied der Mathematischen Klasse der Berliner Akademie aufgenommen wurde. Unter dem Präsidium von MAUPERTUIS wurde EULER Direktor der Mathematischen Klasse. Im Februar 1747 wurde er zum auswärtigen Mitglied der Londoner Royal Society, 1755 der Pariser Akademie gewählt. Trotz der Tatsache, dass EULER seit 1753 während MAUPERTUIS' Absenzen und sodann nach dessen Ableben im Jahre 1759 die Akademiegeschäfte führte, wurde ihm vom König das Akademiepräsidium nicht erteilt. Dies und andere, ebenso gewichtige Gründe veranlassten ihn im Februar 1766, aus den Diensten FRIEDRICHs auszutreten und wieder an die Petersburger Akademie zurückzukehren, wo sich die Situation zu seinen Gunsten verbessert hatte. KATHARINA II. war mit den Bedingungen, die EULER an eine Rückkehr stellte, einverstanden. Am 1. Juni 1766 verließ er mit seiner großen Familie Berlin und traf am 28. Juli in Petersburg ein, wo man ihm einen triumphalen Empfang bereitete. Seine Aufgabe war, der Petersburger Akademie durch Gewinnung hervorragender Kräfte zu neuem Glanz zu verhelfen, als „spiritus rector" den wissenschaftlichen Betrieb zu lenken und die Akademiesitzungen zu leiten. EULER und seine Familie waren in dieser zweiten Petersburger Zeit finanziell und materiell abgesichert. 1767 wurde er zum Ehrenmitglied und 1768 zum auswärtigen Mitglied der Berliner Akademie ernannt. EULER wurde von persönlichen Schicksalsschlägen nicht verschont. Ein grauer Star am linken Auge, der sich schon in den letzten Berliner Jahren bemerkbar machte, musste im Jahre 1771 gestochen werden. Infolge von Komplikationen nach der Operation verlor er beinahe auch sein zweites Auge. Es blieb ihm nur noch ein winziger Sehrest, der es ihm jedoch erlaubte, seine mathematischen Rechnungen auf eine schwarze Tafel zu schreiben. Im selben Jahr brannte sein Haus vollständig nieder. Am 10. November 1773 starben EULERs Frau KATHARINA, 1780 und 1781 seine beiden Töchter CHARLOTTE und Katharina Helene. Erstaunlicherweise haben diese schweren Schläge seine Schaffenskraft nicht beeinträchtigt. Im Gegenteil: In keiner Lebensphase war EULER derart produktiv wie während dieser zweiten Petersburger Periode. Er gewann 12 internationale Akademiepreise. Seine Söhne Johann Albrecht und Karl Johann konnten (vermutlich dank Beteiligung oder Anregung ihres Vaters) insgesamt 8 Akademiepreise gewinnen. Im Jahre 1776 heiratete EULER die Halbschwester seiner Frau, SALOME ABIGAIL GSELL, um nicht von seinen Kindern abhängig zu sein. Leonhard EULER starb im Kreise seiner Angehörigen am späten Abend des 18. September 1783 an einem Schlaganfall im Alter von 76 Jahren, fünf Monaten und drei Tagen.

Zum Werk

Mathematik

EULERs Leistungen in der Mathematik sind äußerst vielseitig und tiefgreifend. In seinen Arbeiten behandelte er sowohl Teilgebiete aus der reinen als auch Probleme aus der angewandten Mathematik.

Die *Zahlentheorie* nimmt bei EULER einen großen Raum ein. Fünfzig Jahre nach FERMATs Tod waren dessen Resultate und Probleme praktisch in Vergessenheit geraten. Was geblieben war, entbehrte der Präzision und Tiefe. Kaum ein einziger zahlentheoretischer Satz war bekannt, kaum ein Mathematiker hatte die Anregungen und Probleme FERMATs aufgegriffen und diskutiert. EULER wurde 1729 durch GOLDBACH auf FERMATs Arbeiten aufmerksam und beschäftigte sich seither mit dessen Werk. Er bewies den *kleinen Fermatschen Satz*. Er entwickelte die *Theorie der Reste* nach einem Modul und entdeckte das Gesetz der *quadratischen Reziprozität*, jedoch ohne dieses beweisen zu können. Er beschäftigte sich mit dem *großen Fermatschen Satz* und bewies mit Hilfe komplexer Zahlen dessen Unmöglichkeit für den Fall $n=3$, später mittels *descente infinie* für weitere natürliche Exponenten. Er widerlegte FERMATs Vermutung, dass alle Zahlen von der Form $p=2^{2^k}+1$ prim seien, mit dem Gegenbeispiel $k=5$, und er bewies die Behauptung FERMATs, dass alle Primzahlen der Form $p=4n+1$ in eine Summe von zwei Quadratzahlen zerlegt werden können. Umgekehrt gilt, dass jede ungerade Zahl > 1 prim ist, wenn sie sich auf eine einzige Weise als Summe zweier teilerfremder Quadrate darstellen lässt. Diesen Satz benutzte EULER zur Charakterisierung großer Primzahlen. Ausgehend von der allgemeineren Darstellung von Primzahlen der Struktur $p=mx^2+ny^2$ entwickelte er wirksame Methoden zur Entscheidung über den allfälligen Primzahlcharakter großer Zahlen. Damit legte er das Fundament für die allgemeine Theorie der *binären quadratischen Formen*, die später von LAGRANGE und GAUSS ausgebaut wurde. EULER formulierte das Problem, für $m=1$ alle natürlichen Zahlen n zu finden, für welche $p=x^2+ny^2$ bei teilerfremden x und y prim ist. Er nannte solche Zahlen *numeri idonei*, fand deren 65 und gelangte zur Auffassung, dass *nach* $n=1848$ keine mehr auftauchen würden, was erst 1973 zwar nicht absolut, doch hinreichend streng bewiesen werden konnte. EULER war der erste, der analytische Methoden in die Zahlentheorie einführte und die mächtigen Hilfsmittel der Analysis auf zahlentheoretische Probleme anwandte. In den 1740er Jahren schuf er die Grundlagen zu einer neuen mathematischen Theorie, die sich bis heute in ihrem Charakter nicht wesentlich geändert hat. Das Hauptinteresse galt der additiven Zerlegung der Zahlen, der *partitio numerorum*. EULER stellte den Zusammenhang zwischen Zahlentheorie und Analysis her, indem er jeder zahlentheoretischen Funktion eine *erzeugende Funktion* zuordnete und Möglichkeiten fand, diese in Reihen und Produkte zu entwickeln. Dabei stellte sich das Problem, die Potenzreihe der inversen Funktion zu berechnen. Als Folge entdeckte er 1740 die nach ihm benannte *Eulersche Identität*, in der erstmals in der Geschichte der Mathematik eine *Thetafunktion* auftritt. Solche Funktionen hat später JACOBI in seiner Theorie der elliptischen Funktionen eingeführt. EULER benutzte, wie aus seinen Notizbüchern hervorgeht, in verschiedenen Untersuchungen aus den Jahren 1750 und 1755 erzeugende Funktionen zur Lösung von Problemen aus der *Populationsdynamik* an. Er arbeitete auch bereits mit der später so genannten *Riemannschen Zetafunktion* und studierte Probleme, die sich für die Theorie der transzendenten Zahlen als wichtig erweisen sollten. Insbesondere fand er 1744 für die fundamentale Transzendente $e = 2.71828$, die Basis der natürlichen Logarithmen, die Darstellung $e = \lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n$, nachdem er bereits 1728 die fundamentalen Zahlen 1, *i*, *e* und π in der einfachen Gleichung $e^{i\pi} = 1$ in Beziehung zueinander setzen konnte. EULER verlieh der Theorie der – bereits den Pythagoreern bekannten – *befreundeten Zahlen* einen kräftigen Impuls und entwickelte sie weiter. Diesem Thema widmete er ab 1747 einige Abhandlungen und konnte den bis dahin bekannten drei zusätzlich 59 solcher Zahlenpaare hinzufügen. Hundert Jahre nach EULERs Tod wurden bloß noch zwei weitere gefunden.

Auf dem Gebiet der *Algebra* und *algebraischen Analysis* ist ein Werk wegen EULERs meisterhaftem didaktischen Geschick besonders erwähnenswert. In der um 1765 abgefassten zweibändigen *Vollständigen Anleitung zur Algebra* führt er die Anfänger Schritt für Schritt von den natürlichen Zahlen über die arithmetischen und algebraischen Grundsätze und Praktiken bis in die Diophantischen Gleichungen ein. Dieses Werk erlangte derartige Beliebtheit, dass ihm LAGRANGE einen dritten Band hinzufügte und es bis ins 20. Jahrhundert zahlreiche Auflagen erlebte. Die unverkennbare EULERsche Klarheit des Aufbaus und die vorbildliche Entwicklung des Gegenstandes kommt bereits in seiner zweiteiligen *Rechenkunst* zum Ausdruck, deren Teile 1738 und 1740 erschienen sind. Neben bemerkenswerten pädagogischen Fähigkeiten und einer unübertroffenen algebraischen Virtuosität verfügte EULER über eine hervorragende Intuition sowie über einen genialen mathematischen „Spürsinn“. So vermutete er z. B. seit spätestens 1743, dass alle Wurzeln einer algebraischen Gleichung *n*-ten Grades von der Form $a+bi$ sind, ohne jedoch einen vollständigen Beweis liefern zu können. Es war EULER, der den *Fundamentalsatz der Algebra* erstmals streng formulierte. Doch erst GAUSS gelang 1799 in seiner Doktordissertation ein allgemeiner Beweis dieses für die Algebra äußerst wichtigen Satzes. Ferner entwickelte EULER Näherungsmethoden zur Lösung *numerischer Gleichungen*, bewies den bereits NEWTON bekannten Satz, dass zwei algebraische Kurven vom Grad *m* bzw. *n* höchstens $m \cdot n$ Schnittpunkte haben können, und gelangte in diesem Zusammenhang zum Begriff der *Resultante*. Weiter gab er eine stichhaltige Erklärung des *Cramerschen Paradoxons*, dessen Bedeutung erst durch LAMÉ, GERGONNE und PLÜCKER in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts erkannt wurde.

EULER widmete der Reihentheorie zahlreiche Arbeiten. Beeindruckend ist sein Fingerspitzengefühl hinsichtlich Entwicklung und Gebrauch *unendlicher Reihen*, insbesondere deshalb, weil er noch nicht über die strengen Konvergenzkriterien verfügte. Den unendlichen Reihen kam schon in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts eine stets wachsende Bedeutung zu. Seit dem 18. Jahrhundert wurde ihre Theorie zum unentbehrlichen Hilfsmittel zur Lösung vieler einschlägiger Probleme der mathematischen Wissenschaften. Als prominentes Beispiel sei die Einführung von trigonometrischen Reihen zur Lösung störungstheoretischer Probleme der Himmelsmechanik durch EULER erwähnt. Bereits 1735 bestimmte er den Summenwert der Folge der reziproken Quadrate, und zwar als Spezialfall des Problems der Bestimmung der Summe der reziproken Potenzen der natürlichen Zahlen mit geradzahligen Exponenten. Dessen Lösung wurde als *Euler-Maclaurinsche Summenformel* bekannt. Etwas später gelang ihm die Lösung mit Hilfe der *Bernoullischen Zahlen.* Im Zusammenhang mit der Zetafunktion fand er die nach ihm benannte Konstante C = 0.577215644…, die für die Theorie der *Gammafunktionen*, der *Riemannschen Zetafunktion* und für den *Integrallogarithmus* sehr wichtig ist. Mittels dieser Konstanten fand er 1734 den Zusammenhang zwischen der harmonischen Reihe und dem natürlichen Logarithmus. Seine Studien über die harmonischen Reihen erwiesen sich denn auch von großer Tragweite. Die *Eulerschen Zahlen* als Koeffizienten der Secansreihe sind nützlich zur Summation von Reihen aus den Potenzen der natürlichen Zahlen und ihrer Reziproken und zeigen sich für die Rechnung als vorteilhafter als die BERNOULLIschen Zahlen. EULER bediente sich vor allem der Potenzreihen, mit denen er die *analytischen Funktionen* untersuchte. Verdient machte er sich mit der Einführung einer besonders wichtigen Klasse von trigonometrischen Progressionen, die man heute *Fourier-Reihen* zu nennen pflegt und die aus der mathematischen Physik und Technik nicht mehr wegzudenken sind. EULER drückte in einem Brief an GOLDBACH vom 4. Juli 1744 eine algebraische Funktion erstmals durch eine solche Reihe aus, die er aber erst 1755 in seiner „*Differenzialrechnung*“ veröffentlichte. Nicht unerwähnt bleiben soll schließlich EULERS Beschäftigung mit der Zulässigkeit *divergenter Reihen*, da er sich auch von diesen zuverlässige Resultate versprach, und die er mit seiner immensen Erfahrung und mit einer bewundernswerten Intuition zu behandeln verstand. Das befähigte ihn, über die damals bekannten Konvergenzkriterien hinaus die Definition der Reihensumme zu erweitern und neue Summationsmethoden zu skizzieren, deren exakte Begründung und Festigung erst 150 Jahre später geleistet werden konnte.

Auf dem Gebiete der *höheren Analysis* hat EULER neue Maßstäbe gesetzt. Seine großartige Trilogie *Introductio*, *Differentialrechnung* und *Integralrechnung* stellt eine Synopsis der wichtigsten mathematischen Entdeckungen in der Analysis bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts dar. Von herausragender Bedeutung ist EULERs klare Feststellung, dass die mathematische Analysis als eine Wissenschaft von Funktionen aufzufassen ist. Mit der Ausarbeitung und Bildung der Begriffe der *analytischen* und *komplexen Funktionen* begründete und entwickelte EULER die *Funktionentheorie*. Zur Lösung des damals hochaktuellen Problems der schwingenden Saite behalf er sich bereits mit nichtanalytischen Funktionen, die sich stückweise geometrisch annähern ließen. In seiner *Introductio* skizzierte EULER erstmals die analytische Theorie der trigonometrischen Funktionen und gab 1743 eine einfache, wenn auch nicht ganz strenge Herleitung der Formel von de MOIVRE, die er vielseitig anwandte und in die Analysis einbürgerte. Sie bildete den Ausgangspunkt für EULERs Theorie der Logarithmen, in der er 1746 deren Unendlichvieldeutigkeit entdeckte. 1746 fand EULER den Hauptwert von $i^i = e^{-\pi/2}$ und kam wenig später zur Einsicht von $\lg i = i(\pi/2 + k \cdot 2\pi)$. Er gelangte beim Studium über Funktionen einer komplexen Variablen zu den Resultaten $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$ sowie $\frac{\sin x}{x} = \prod_{k=1}^{\infty} \cos\frac{x}{2^k}$. EULER bereicherte die Infinitesimalrechnung mit zahlreichen neuen Sätzen und Details und bahnte den Weg zur *Differenzenrechnung*. Die Methoden der *unbestimmten Integration* stellte er in moderner Form erschöpfend dar für die Fälle, in denen die Integration auf elementare Funktionen führt. Er entwickelte viele noch heute unverzichtbare Methoden, unter denen die „EULERsche Substitution“, mit der gewisse irrationale Differentiale rationalisiert werden können, sowie seine Methode zur numerischen Integration stellvertretend erwähnt seien. Letztlich beruhen sämtliche numerischen Integrationsmethoden, die heute (dank dem Computer) aus Physik und Astronomie nicht mehr wegzudenken wären, auf der EULERschen Integrationsmethode. Bereits 1729 führte EULER bei der Interpolation von Fakultäten die heute nach ihm benannten *Eulerschen Integrale erster und zweiter Art* (Beta- und Gammafunktion) ein, die zusammen mit den *Zeta*- und *Bessel-Funktionen* zu den wichtigsten transzendenten Funktionen seiner Zeit gehörten. Die Entdeckung des allgemeinen *Additionstheorems* stellt EULERs richtungsweisenden Hauptbeitrag zur *Theorie der elliptischen Integrale* dar, die nach einer tiefgreifenden Klassifizierung der elliptischen Integrale durch LEGENDRE zum Schwerpunkt der mathematischen Forschung des 19. Jahrhunderts wurde. EULER führte erstmals Doppel- und Mehrfachintegrale ein und öffnete damit die Räume zur Analysis höherer Dimensionen. Seine Beschäftigung mit der Theorie der *gewöhnlichen* und *partiellen Differentialgleichungen* führte ihn auf eine Reihe von Entdeckungen, die besonders für die Mechanik von großer Bedeutung wurden. Die von LAGRANGE zur Theorie ausgebaute Methode der *Variation der Konstanten* geht letztlich auf EULER und DANIEL BERNOULLI zurück. Sie gab der theoretischen Physik und Astronomie, insbesondere der Himmelsmechanik, neue Impulse. In einer Abhandlung von 1732 und dann in seiner berühmten *Methodus inveniendi* von 1744 führte EULER erste Ansätze der Brüder BERNOULLI weiter, formulierte die Hauptprobleme der *Variationsrechnung* und entwickelte allgemeine Lösungsmethoden. Diese sind zwar primär geometrisch, doch entdeckte EULER durch sie die *isoperimetrische Regel*, in der bereits der Keim zur Verallgemeinerung und Neuformulierung liegt, wie sie LAGRANGE anfangs der 1760er Jahre vollzog. In der algebraischen und höheren Analysis heben sich bei EULER zwei eigentümliche Züge heraus; der dominierend algebraische Charakter seiner Analysis sowie seine stete Verwendung von Variations- oder Extremalprinzipien zur Lösung verschiedenster mathematischer Aufgaben.

EULER wandte die algebraischen und analytischen Methoden auf die Geometrie an und gewann dadurch viele neue Erkenntnisse. Die *sphärische Trigonometrie* verdankt ihm ihre heutige Form (einschließlich der Notationsweise). Seine Studien über *geodätische Linien* auf einer Fläche waren richtungsweisend für die Entwicklung der *Differentialgeometrie*. Seine Entdeckungen in der *Flächentheorie* bildeten die Grundlage für die nachfolgenden Arbeiten von MONGE und anderen. EULER gab eine methodisch geschlossene Darstellung der *analytischen Geometrie* und dehnte sie auf den dreidimensionalen Raum aus. Auf ihn gehen die Einteilung der *Flächen zweiten Grades* sowie die *Eulerschen Formeln der Koordinatentransformation* und die *Eulerschen Winkel* zurück. EULER klassifizierte die *Kurven dritten Grades* und wurde durch seine Lehre von den *Asymptoten algebraischer Kurven* zum Vorläufer PLÜCKERs. EULER führte als erster *natürliche Koordinaten*, *Bogenkoordinaten*, *Entwicklungskoordinaten* sowie *uneigentliche Koordinaten* ein und entdeckte mit letzteren die *Eulersche Kurve*. Er erkannte die *Kreisevolvente* als günstigste Profilform von Zahnradflanken, die optimale mechanische Eigenschaften besitzen, minimalen Reibungsverlust, Geräuscharmut und maximale Kraftübertragung. EULER nahm bereits 1762 die nach SAVARY benannte Gleichung zur Bestimmung des Krümmungsradius einer Rollkurve und zur Konstruktion ihrer Krümmungszentren vorweg. Aus der Fülle der EULERschen Entdeckungen in der elementaren Geometrie seien nur die *Eulersche Gerade* und der *Eulersche*

Polyedersatz erwähnt. Aus dem Studium des *Königsberger Brückenproblems* lieferte EULER erste systematische Ansätze zur *Topologie*. Die Beschäftigung mit diesem Problem führe ihn ebenfalls zu wichtigen Sätzen der *Graphentheorie*.

Physik

EULER erbrachte seine wohl hervorragendsten Leistungen auf dem Gebiet der Physik einerseits in der theoretischen und angewandten Mechanik, andererseits in der theoretischen und angewandten Optik. Ebenfalls bedeutungsvoll sind seine Arbeiten zur Akustik, insbesondere zur Theorie des Schalls und der Schall-Ausbreitung sowie der Musiktheorie.

EULERs Abhandlungen zur Mechanik lassen sich, entsprechend seinem „Programm", in folgende Bereiche einteilen: Grundlagen der Mechanik (Aufbau und Struktur der Materie, Kraft und Kraftmaß, Prinzipien der Mechanik), Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer, Mechanik biegsamer nicht elastischer, Mechanik elastischer, Mechanik flüssiger sowie Mechanik gasförmiger Körper. Die wichtigsten Arbeiten zur angewandten Mechanik (Ingenieurwesen) schrieb EULER in den Gebieten des Maschinen- und Gerätebaus, des Schiffbaus sowie der Ballistik. In der Optik sind seine fundamentalen Arbeiten zur Theorie des Lichtes sowie zur Theorie und dem Bau der optischen Instrumente zu nennen.

Hauptmerkmal all dieser Beiträge ist die systematische und fruchtbare Anwendung der Analysis auf die verschiedensten Probleme aus den genannten Gebieten. Die Vorgänger EULERs verfuhren – summarisch gesprochen – synthetisch-geometrisch, wozu die *Principia* NEWTONs als prägnantes Beispiel dienen können. Auch der Basler Jacob HERMANN, EULERs Kollege in Petersburg, vermochte sich trotz der angestrebten Modernität in seiner *Phoronomia* von 1716 nicht vom barocken Stil à la JACOB BERNOULLI, seinem einstigen Lehrer, zu lösen. EULER verfuhr sowohl in der Mechanik als auch in der Optik analytisch und forderte einheitliche, *analytische* Methoden, die zu klaren und direkten Darstellungen und Lösungen der einschlägigen Probleme führen sollten.

Das Streben nach allgemeinen mechanischen Prinzipien für die Behandlung von Problemen der Punkt-, Starrkörper- und Kontinuumsmechanik trat bald nach GALILEI und schon vor NEWTON in den Vordergrund. Das von NEWTON nur in Worten formulierte zweite Gesetz („Die Änderung der Bewegungsgröße ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und erfolgt in der Richtung, in der diese Kraft wirkt") war für eine analytische Behandlung mechanischer Probleme unzureichend. Es fehlten einerseits präzise Definitionen von Masse, Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung, etc., andererseits fehlte der ausgereifte LEIBNIZ-BERNOULLIsche Infinitesimal-Kalkül, der eine mathematisch adequate Formulierung von Bewegungsgleichungen aller Art erlaubt hätte. Schon in seiner *Mechanica* von 1736 gelang EULER eine brillante analytische Um- und Neuformulierung der entsprechenden Kapitel in NEWTONS *Principia* zur Bewegung eines Massenpunktes. Er führte die dazu notwendigen Begriffe ein und leitete das damals schon allgemein gebrauchte Bewegungsgesetz $dc = \frac{npdt}{A}$ her, wobei A die Masse, p die auf A einwirkende Kraft, c die Geschwindigkeit und dt das Zeitelement bedeuten. EULER gelangte aber erst 1750 zur Erkenntnis, dass dieses Gesetz für beliebige Massenelemente *dm universell gültig* ist. Das heute als *Impulssatz* bekannte (oft auch als „NEWTONsche Bewegungsgleichungen" bezeichnete) Prinzip erscheint erstmals in EULERS Abhandlung *Découverte d'un nouveau principe de mécanique* in der heute gebräuchlichen Form $2Mddx = Pdt^2$, $2Mddy = Qdt^2$, $2Mddz = Rdt^2$, wobei M ein beliebiges Massenelement, x,y,z seine Koordinaten und P, Q, R die Kraftkomponenten bezeichnen (der Faktor 2 steht in Zusammenhang mit den von EULER damals gewählten Einheiten). In derselben Abhandlung glaubte EULER, ein weiteres Prinzip, nämlich den *Drehimpulssatz* für die Rotation starrer Körper, abgeleitet zu haben. Der Drehimpulssatz findet sich – implizit formuliert – bereits in EULERS 1738 verfasster, aber erst 1749 publizierter *Scientia navalis*. Zum ersten Mal hergeleitet wurde der Drehimpulssatz für Systeme diskreter Massenpunkte in einer Abhandlung EULERS über die Bewegung der Mondknoten, die EULER 1744 der Berliner Akademie präsentierte und 1750 publizierte. Eine Anwendung des Drehimpulssatzes auf starre Körper erscheint zum ersten Mal in einer weiteren Abhandlung EULERS ebenfalls aus dem Jahre 1744, die aber erst 1751 publiziert wurde. Eine spezielle Form des Drehimpulssatzes, nämlich die sog. *Eulerschen Gleichungen* der Starrkörper-Rotation bezüglich eines Inertialsystems, fand EULER dank dem „Prinzip von D'ALEMBERT", dessen weitreichende Bedeutung er klar erkannte und das er zum ersten Mal korrekt formulierte. Die Bewegungsgleichungen der Starrkörper-Rotation bezüglich eines *Hauptträgheitsachsensystems* fand EULER im Jahre 1758, nachdem er diese durch die physikalisch relevante Charakterisierung des starren Körpers (vermutlich angeregt durch die 1755 von SEGNER publizierte Arbeit *Specimen theoriae turbinum*) wesentlich vereinfachen konnte. Er entdeckte jedoch erst 1775 die *universelle Gültigkeit* des Drehimpulssatzes als unabhängiges neues mechanisches Prinzip.

EULER nahm eine Schlüsselstellung in der Frühgeschichte des *Prinzips der kleinsten Wirkung* ein. Er verteidigte MAUPERTUIS' Untersuchungen und gab unabhängig von ihm eine mathematisch einwandfreie Formulierung des Wirkungsprinzips, die später von LAGRANGE aufgegriffen und weiterentwickelt wurde. Seine Anwendungen zum Wirkungsprinzip, die er offenbar schon im Frühjahr 1743 verfasste, fügte er als *Additamentum* seiner 1744 erschienenen *Methodus inveniendi* bei. Im ersten Anhang wandte EULER das Prinzip der kleinsten Aktion auf die Bewegung eines Massenpunktes unter der Einwirkung einer Zentralkraft an, die entsprechende Bahnkurve minimiert das Aktionsintegral $\int mvds$. MAUPERTUIS stellte das Prinzip fast zur gleichen Zeit auf, jedoch für einen viel spezielleren Fall. Im zweiten Anhang der *Methodus* wandte EULER – auf Anregung DANIEL BERNOULLIS – die Variationsrechnung auf die Theorie der Balkenbiegung an, die er bereits seit 1727 studierte. Er gelangte zu der in den Ingenieurwissenschaften zentralen *Eulerschen Knickungsformel* sowie zu den 9 möglichen Typen der Gleichgewichtsfiguren eines (anfänglich geraden) Stabes mit orthogonalem Querschnitt bei Biegung infolge von Kräften und Momenten an den Stabenden.

In seiner *Scientia navalis* behandelte EULER die allgemeine Gleichgewichtstheorie schwimmender Körper und studierte – damals ein Novum – *Stabilitätsprobleme* sowie kleine Schwingungen um den Gleichgewichtszustand. In diesem Zusammenhang definierte er über den (richtungsunabhängigen) Flüssigkeitsdruck die *ideale Flüssigkeit*, was CAUCHY als Vorlage zur Definition des *Spannungstensors* diente. Zu Beginn der 1750er Jahre kam EULER auf Probleme der *Hydromechanik* zurück, mit denen er sich schon in seinen Jugendjahren beschäftigt hatte. Mit seinem Druckbegriff für strömende Flüssigkeiten sowie dem Impulssatz, den er als universell gültiges Prinzip erkannte und daher auf ein beliebiges Massenelement des Mediums anwenden konnte, fand EULER zwischen 1753 und 1755 die Bewegungsgleichungen für ideale Flüssigkeiten, die er in einigen heute als „klassisch" zu bezeichnenden Abhandlungen publizierte. Darunter finden sich die *Kontinuitätsgleichung* für Flüssigkeiten konstanter Dichte, die – gewöhnlich nach LAPLACE benannte – Gleichung für das Geschwindigkeitspotential sowie die allgemeinen „EULERschen Gleichungen" für die Bewegung idealer (also reibungsfrei strömender) kompressibler oder inkompressibler Flüssigkeiten. Kennzeichnend war die Anwendung gewisser partieller Differentialgleichungen auf die anfallenden Probleme. EULER verallgemeinerte die Ergebnisse von CLAIRAUT und gab der Hydro- und Aerostatik die noch heute gültige Form. Er schuf damit die Grundlagen der gesamten Hydrodynamik idealer Flüssigkeiten, womit er die weitere Entwicklung der *Kontinuumsmechanik* entscheidend vorbereitete.

Nachdem bereits JACOB BERNOULLI die Differentialgleichung des elastischen Balkens aufstellte und damit als erster ein statisches Problem des eindimensionalen Kontinuums behandelte, galt es, das kinetische Problem, also die Bewegung von Saiten und Stäben, in Angriff zu nehmen. EULER lieferte, zusammen mit DANIEL BERNOULLI, wesentliche Beiträge zur Theorie der schwingenden Saite, wobei Letzterem die geniale Idee zugeschrieben werden muss, dass die allgemeine Lösung durch Superposition von Einzellösungen gefunden werden kann. Bereits 1746 fand D'ALEMBERT eine klassische Wellengleichung für die Saitenschwingung, doch beschränkte dieser willkürlich die Klasse der in die Lösung eingehenden Funktionen. EULER erkannte, dass die Lösung viel allgemeinere Funktionen einschließen muss (beliebige, stückweise glatte Funktionen). Obwohl seine Überlegungen dazu heute nicht als mathematisch streng gelten, enthielten sie den Keim für die im 20. Jahrhundert entwickelten *verallgemeinerten Funktionen.*

EULERs Untersuchungen zur Mechanik flexibler und elastischer (eindimensionaler) Körper führten ihn auf die allgemeinen Gleichgewichts- und Bewegungsgleichungen der deformierbaren Linie (in einer Ebene), ohne spezielle Annahmen über die Natur des Materials machen und ohne kleine Deformationen voraussetzen zu müssen. Er betrachtete die in den Querschnitten wirkenden Querkräfte durch Einführung des Begriffs der *Schubspannungen.* Noch in EULERs Basler Zeit fällt eine Abhandlung, in der er sich mit der Schwingung eines elastischen Kreisringes beschäftigte. Das Sensationelle an dieser kurzen Arbeit ist die Herleitung der Biegedifferentialgleichung eines Ringes unter Heranziehung eines linearen Gesetzes für elastische Materialen. Es gelang ihm die Abtrennung der elastischen Materialeigenschaften von der Form des Körpers, indem er mit Hilfe des HOOKEschen Gesetzes die dazu notwendige physikalische Materialgröße einführte und damit den YOUNGschen *Elastizitätsmodul* vorwegnahm.

Im Bereich der angewandten Mechanik schrieb EULER einige wichtige Arbeiten zum Maschinenbau, zum Schiffsbau sowie zur Ballistik. EULERs Versuche über die SEGNERsche Wasserkraftmaschine und seine daran anknüpfende Theorie der Wasserturbine verdienen besondere Anerkennung. Eine Rekonstruktion der *Eulerschen Turbine* zeigte, dass diese mit einem Wirkungsgrad von 71% den modernsten Turbinen unserer Zeit nicht viel nachsteht. Noch bemerkenswerter ist die Tatsache, dass das technisch realisierbare Prinzip des *Flügelradantriebs* und der *Schiffsschraube* keinem anderen zu verdanken ist als EULER. Als eine Art Willkommensgruss an

FRIEDRICH II. übersetzte EULER das vom Engländer ROBINS 1742 publizierte Buch über Ballistik ins Deutsche und erweiterte es erheblich. Seine Anmerkungen bilden die erste Darstellung der inneren, äußeren und Zielballistik unter durchgängiger Verwendung der LEIBNIZ-BERNOULLIschen Infinitesimalrechnung und enthalten u. a. die Bahnkurve des schiefen Schusses, die „ballistische Linie“, in Parameterform und in Form der daraus folgenden Potenzreihenentwicklung.

Bereits in einer seiner ersten Schriften zur Optik trat EULER der NEWTONschen Korpuskular- oder Emissionstheorie des Lichtes mit einer Wellen- oder Mediumstheorie HUYGENSscher Prägung entgegen. EULERS *Nova theoria lucis et colorum* von 1746 war der bedeutendste Beitrag im 18. Jahrhundert zur Entwicklung der Wellentheorie. EULER legte seiner Lichttheorie ein Medium zu Grunde, mit dem er die Farbphänomene erklären konnte. Die Begriffe „Frequenz“ und die entsprechende „Periode“ spielten dabei eine zentrale Rolle. Im Gegensatz zu HUYGENS, dessen Lichttheorie im wesentlichen auf „Pulsen“ basiert, kann erst seit EULER von einer eigentlichen *Wellentheorie des Lichtes* gesprochen werden. EULER konnte mit seiner longitudinal orientierten Undulationstheorie aber die Interferenz-, Beugungs- und Polarisationsphänomene nicht voll befriedigend, Letztere sogar überhaupt nicht erklären. Trotz seiner intensiven Beschäftigung mit der schwingenden Saite kam er erstaunlicherweise nicht auf die Idee der Transversalschwingungen des Lichtes.

Genau wie die Mechanik behandelte EULER auch die angewandte Optik mit rein analytischen Methoden. Sein dreibändiges Gewaltswerk *Dioptrica* (1769-1771) war EULERs eigene Synopsis und galt lange Zeit als Standardbuch der geometrischen Optik. EULER beschränkte sich in seiner Abbildungstheorie stets auf Achsenpunkte. Für diese behandelte er die Öffnungs- und Farbvergrößerungsfehler so gründlich und vollständig, dass die Theorie des astronomischen Teleskops dadurch einen vorläufigen Abschluss fand. EULER unterlag jedoch einem grundsätzlichen und verhängnisvollen Irrtum mit der Annahme, dass bei achsenschiefem Lichteinfall der Aberrationseffekt gegenüber dem Öffnungsfehler vernachlässigt werden könne. CLAIRAUT und D’ALEMBERT hingegen erkannten, dass dies keinesfalls zutrifft und dass alle diese Fehler etwa von der gleichen Größenordnung sind, was ihnen gegenüber EULER einen bedeutsamen Vorsprung verschaffte. Obwohl EULER an die – vermeintliche – Farbfehlerfreiheit des Auges glaubte, das sein Hauptargument für die Möglichkeit der Achromasie lieferte, war sein Anteil an der Erfindung *achromatischer Linsen* beträchtlich, denn sowohl DOLLOND als auch KLINGENSTJERNA wurden entscheidend durch EULERS Abhandlungen und Studien angeregt und beeinflusst.

Neben Abhandlungen zur Akustik widmete sich EULER auch der Musiktheorie und behandelte nicht nur die mathematischen Gesetze der Konsonanz, sondern auch Aspekte der Kompositionslehre. Er entwickelte den zahlentheoretisch konzipierten Begriff des *Konsonanzgrades* und stellte neben die Gradustheorie seine *Substitutionstheorie*, die auf einer „Theorie des Zurechthörens" beruht.

Schließlich sollen noch EULERS *Briefe an eine deutsche Prinzessin* nicht unerwähnt bleiben. Es ist ein typisches Werk der Aufklärung, in dem EULER vor allem die Physik und Astronomie seiner Zeit mit ihren philosophischen Wurzeln, Hintergründen und Implikationen in populärer, allgemeinverständlicher Form niederlegte. Das dreibändige Werk war so erfolgreich, dass es bis in die heutige Zeit „unzählige" Auflagen erlebte und in viele Sprachen übersetzt wurde.

Astronomie

EULERS Arbeiten zur Astronomie betreffen die Himmelsmechanik, die sphärische Astronomie und astronomische Geodäsie sowie die Geo- und Astrophysik („Kosmische Physik"). Den durchschlagendsten Erfolg erzielte er in der mathematischen („mechanischen") Astronomie, der Himmelsmechanik also.

Spätestens seit NEWTONS Entdeckung der universellen Gültigkeit des Gravitationsgesetzes war klar, dass KEPLERS Gesetze nur im Spezialfall gültig sind, in welchem zwei Himmelskörper im sonst leeren Raum miteinander gravitativ in Wechselwirkung stehen (Zwei-Körper-Problem). Sobald drei (oder mehr) Himmelskörper untereinander gravitativ wechselwirken, müssen die gegenseitigen Störungen bei der Bestimmung ihrer Bewegungen berücksichtigt werden (Drei-Körper-Problem). Analytisch geschlossene Lösungen gibt es im allgemeinen Fall nicht, sondern nur Näherungslösungen.

EULER behandelte das Zwei-Körper-Problem von Punktmassen bereits in seiner *Mechanica*, die ursprünglich als Einführung in die Himmelsmechanik dienen sollte. In einigen weiteren Abhandlungen studierte er die Bewegung einer Partikel um einen Zentralkörper, sog. Zentralkraft- oder KEPLER-Bewegungen, und fand in diesem Zusammenhang die *Polargleichung der Ellipse* mit einem Fokus als Kraftzentrum. Eine wichtige Anwendung war die Bahnbestimmung, d. h. die Bestimmung genäherter Bahnelemente, der EULER mehrere Abhandlungen widmete. Vermutlich angeregt durch das Erscheinen zweier großer Kometen in den Jahren 1742 und 1744, publizierte er 1744 seine *Theoria motuum planetarum et cometarum*, in der er neue analytische Methoden zur einfachen und schnellen Bestimmung elliptischer Bahnen von Planeten und parabolischer Bahnen von Kometen entwickelte. Für letztere entdeckte er bereits 1743 die *Eulersche Gleichung* (welche die Summe der Radienvektoren, die von ihnen aufgespannte Sehne und die zugehörige Zwischenzeit miteinander in Beziehung bringt), deren Wichtigkeit für die Bahnbestimmung später LAMBERT gezeigt hat.

Die analytische Behandlung der gegenseitigen Störungen von mehr als zwei Himmelskörpern, die sog. *Störungstheorie*, gehörte zu den schwierigsten Problemen der angewandten Mathematik im 18. Jahrhundert und stellte die größte Herausforderung an die bedeutendsten Spezialisten auf diesem Gebiet dar. Neben D'ALEMBERT, CLAIRAUT, LAGRANGE und LAPLACE war es vor allem EULERs Verdienst, die Grundlagen der analytischen Störungstheorie geschaffen und wesentliche Ergebnisse gefunden zu haben. EULER schrieb zahlreiche Abhandlungen zu diesem Problem. Dabei nahm er gewöhnlich die Beschleunigungen oder Störkräfte als gegeben an und bestimmte daraus ihre Wirkung auf die *Bahnelemente* der gestörten Körper. Er war damit der erste, der die Störungen direkt in den Bahnelementen studierte und somit die Formulierung der für die Himmelsmechanik zentralen *Störungsgleichungen* von LAGRANGE und GAUSS vorbereitete. Da im 18. Jahrhundert noch nicht bekannt war, dass das allgemeine Drei-Körper-Problem analytisch nicht geschlossen lösbar ist, misslangen zahlreiche Versuche. EULER fand jedoch Lösungen zu Spezialfällen, die er *eingeschränkte Drei-Körper-Probleme* nannte, deren Formalisierung gewöhnlich JACOBI und POINCARÉ zugeschrieben wird. So gehen z. B. die kollinearen Lösungen, als deren Entdecker fälschlicherweise auch LAGRANGE genannt wird, bereits auf EULER zurück. EULER ging vermutlich als erster an das Problem der *Regularisierung*. Zur allgemeinen Lösung dieses Problems führten KUSTAANHEIMO und STIEFEL im 20. Jahrhundert eine orthogonale Transformation (sog. KS-Transformation) ein, die als Spezialfall der *Euler-Identität* bereits in einem Brief vom 4. Mai 1748 von EULER an GOLDBACH auftauchte.

Vor allem EULER, aber auch CLAIRAUT, D'ALEMBERT und später LAGRANGE und LAPLACE wandten die analytischen Methoden der Störungstheorie auf die aktuellsten Probleme an, wovon sie fünf teils vollständig, teils zumindest näherungsweise, lösen konnten: 1. die Theorie der Planetenbewegungen, insbesondere das Problem der Großen Ungleichung zwischen Jupiter und Saturn, 2. die Bewegung des Baryzentrums Erde-Mond um die Sonne unter Berücksichtigung der Planetenstörungen, 3. die

Bewegung des Mondes, und 4. die Bewegung der Erdachse (Lunisolar-Präzession, Nutation) und die Bestimmung der Erdfigur. Zur Lösung der zwei letztgenannten Probleme durften Erde und Mond nicht mehr als Massenpunkte (wie die weit entfernten Planeten) betrachtet, sondern mussten als ausgedehnte Körper behandelt werden. Es war wiederum EULER, der zur Lösung dieser Probleme entscheidend beitrug.

Die berühmten EULERschen Gleichungen der Starrkörper-Rotation wurden bereits im Zusammenhang mit der Entdeckung des Drehimpulssatzes erwähnt. EULER fand spezielle Lösungen dieser Gleichungen insbesondere für den Fall, in dem keine äußeren Kräfte vorhanden sind (sog. *Eulersche freie Nutation*). In seiner berühmten *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* von 1765 gab EULER die richtige Formel zur Bestimmung der Periode dieser Nutation (sog. *Eulersche Periode*), ohne eine Aussage über die Amplitude machen zu können. Der empirische Nachweis dieser als Polschwankung oder Breitenvariation beobachtbaren Bewegung gelang erst im 19. Jahrhundert. Stimuliert durch seine Studien über die Starrkörper-Bewegung erweiterte EULER 1759 die Theorie des Zwei- und Drei-Körper-Problems auf Starrkörper. Die Resultate erschienen posthum in seiner *Astronomia mechanica*, die als erste *Himmelsmechanik von Starrkörpern* betrachtet werden kann.

Die Theorien der Bewegungen von Sonne und Mond dienten zur Konstruktion von astronomischen Tafeln und Ephemeriden der Positionen der Himmelskörper. Besonderes Interesse galt genauen Mondtafeln, die damals für die Navigation auf hoher See benötigt wurden. Die Navigations-Genauigkeit hing stark von der Genauigkeit der verfügbaren Mond-Ephemeriden ab, und diese wiederum von der Qualität der zu Grunde gelegten Mond-Theorie. Die frühesten publizierten astronomischen Tafeln, die bereits auf störungstheoretischen Berechnungen beruhten, waren EULERS *Novae et correctae tabulae ad loca lunae computanda* sowie seine *Tabulae astronomicae solis & lunae* von 1745 und 1746. Die besten damals verfügbaren Mond-Tabellen von Tobias MAYER basierten auf EULERS erster Mondtheorie von 1753. Die Ideen (z. B. eines mitrotierenden Koordinatensystems) in EULERS zweiter Mondtheorie von 1772 bildeten den Ausgangspunkt zur Mondtheorie von BROWN und HILL Ende des 19. Jahrhunderts, mit der die Bewegung des Mondes noch bis weit ins 20. Jahrhundert hinein berechnet wurde.

Bemerkenswert ist die Tatsache, dass EULER die *physikalische Ursache der Gravitation* nicht mit einem Fernwirkungs-, sondern mit einem *Nahwirkungsprinzip* zu erklären suchte. Er postulierte die Existenz einer allgegenwärtigen und extrem dünnen Materie, die unter permanentem Druck steht und die charakterisiert ist durch eine extrem hohe Elastizität und eine extrem niedrige Dichte. Dieses Medium betrachtete EULER als hydrodynamischen *Äther*. Nach EULERs Theorie entsteht Gravitation durch Druckunterschiede (Potentialdifferenzen) in diesem Äther. Mit Hilfe dieses Modells versuchte EULER ebenfalls die scheinbaren *säkularen Beschleunigungen* von Mond und Planeten (Langzeitvariationen der Bahnelemente) auf einen möglichen Ätherwiderstand zurückzuführen, was ihm jedoch nicht zufriedenstellend gelang, insbesondere nicht für die Ungleichheiten in der Apsidendrehung des Mondes. In den 1740er Jahren stellten EULER und seine Zeitgenossen deshalb sogar die Gültigkeit des Gravitationsgesetzes in Frage. EULER benutzte in seinen Abhandlungen oft einen allgemeineren Ansatz für das Gravitationsgesetz. Erst als CLAIRAUT 1750 die Richtigkeit der NEWTONschen Formulierung für den Fall der Apsidendrehung des Mondes bestätigen konnte, war die Sache erledigt. EULER hielt jedoch an seinem Ätherdruck-Modell der Gravitation fest.

EULERs Leistungen in der sphärischen Astronomie sowie der astronomischen Geodäsie sind geprägt durch seine Entwicklung des Formel-Systems der *sphärischen Trigonometrie*, das er auf sämtliche Koordinaten-Transformationen anwandte und womit er die *Reduktion astronomischer Beobachtungen* wesentlich vereinfachte. Er entwickelte neue Methoden zur Bestimmung und Berechnung der *Präzession*, *Nutation*, *Aberrationen*, *Parallaxen* sowie der *Refraktion* – Effekte, die bei der Auswertung astrometrischer Beobachtungen berücksichtigt werden müssen. Er war sich der Tatsache bewusst, dass die Bewegungen der Himmelskörper nur dann mit hoher Genauigkeit modelliert werden können, wenn die Beobachtungen korrekt reduziert werden. Einige seiner Abhandlungen widmete er deshalb der präzisen Bestimmung der *astronomischen Konstanten*, die mit den erwähnten Effekten verbunden sind. Seine Methode zur Bestimmung der *Sonnenparallaxe* mit Hilfe des Venus-Durchgangs von 1769 ist in diesem Zusammenhang besonders erwähnenswert. Seine Beobachtungsgleichungen berücksichtigen einerseits bereits die Fehler aus Prädiktion und Beobachtung, andererseits formulierte er sie derart allgemein, dass er eine große Anzahl von unabhängigen Beobachtungen auswerten konnte, was seine Methode gegenüber den damals gebräuchlichen weit überlegen machte. EULERs Resultat von 8.8″ für die Sonnenparallaxe kommt dem heute allgemein angenommenen Wert erstaunlich nahe.

In der Domäne der „Kosmischen Physik“ schrieb EULER mehrere Abhandlungen zur physikalischen Konstitution der Himmelskörper (vorwiegend Kometen) sowie zu Phänomenen, die mit der Atmosphäre und dem Magnetfeld der Erde zusammenhängen. Am bekanntesten ist seine Theorie, mit der er den physikalischen Ursprung der Kometenschweife, des Polarlichtes und des Zodiakallichtes zu erklären versuchte. Mit EULER begannen die ersten Studien zur *photometrischen Astrophysik.* Seine Unterscheidung zwischen *Lichtstärke* und *Beleuchtungsstärke* nahm er der berühmten *Photometria* von LAMBERT vorweg. EULER versuchte bereits, Aufbau und Entfernung der Himmelskörper aus ihren *scheinbaren Helligkeiten* zu bestimmen. Er kam u. a. zum Befund, dass die Materie der Sonne völlig verschieden von der brennbaren irdischen Materie sein müsse, und dass der Wärmezustand der Sonne von keinem irdischen Körper erreicht werden könne. Ein bemerkenswertes Resultat, wenn man bedenkt, dass der Beginn der modernen Astrophysik üblicherweise in die Mitte des 19. Jahrhunderts gelegt wird.

Weiterführende Literatur zu EULERs Leben und Werk

Leider existiert noch keine umfassende Biographie Leonhard EULERs, die auch sein Gesamtwerk im wissenschaftlichen Kontext seiner Zeit vollumfänglich würdigt. Dies ist nicht erstaunlich, wäre ein solches Unternehmen angesichts des immensen Werkes von EULER doch gleichbedeutend mit einer Aufarbeitung der Geschichte der exakten Wissenschaften des 18. Jahrhunderts. Eine der besten und modernsten Darstellungen, die auch neueste Ergebnisse aus der EULER-Forschung berücksichtigt, ist die EULER-Biographie von Dr. Emil A. FELLMANN.[1] Der anlässlich des 200. Todestages von EULER erschienene Gedenkband der Stadt Basel enthält wertvolle Beiträge verschiedener Fachleute, die sich mit einzelnen Themen aus EULERs Werk befassen.[2] Ein nach wie vor unerlässliches Hilfsmittel für die EULER-Forschung stellt das von Gustaf ENESTRÖM 1910 veröffentlichte *Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers* dar.[3] Darin werden Erst- und frühe Folge-Veröffentlichungen sämtlicher gedruckten Werke EULERs bibliographisch nachgewiesen. Dieses Verzeichnis bildete die Grundlage zur Strukturierung und Realisierung der Euler-Edition.[4] Schließlich sei noch der Versuch erwähnt, die bis 1998 erschienene Sekundärliteratur zu EULERs Leben und Werk zusammenzustellen.[5]

[1] Cf. Fellmann 1995.
[2] Cf. Euler-Gedenkband 1983.
[3] Cf. Eneström 1910.
[4] Cf. die Übersicht über die Euler-Edition im Anhang zu diesem Band.
[5] Cf. Verdun 1998.