

ČESKOSLOVENSKÝ ČASOPIS
PRO FYZIKU



Gravitační vlny
zachyceny

K čemu sloužil
Wirbelrohr?

Kosmické vlivy
na zemský povrch
a atmosféru

SÚJV Dubna
(1956–2016)

William Crookes
(1832–1919):
od thallia a čtvrtého
skupenství ke spiritismu



Fyzikální ústav Akademie věd České republiky, v. v. i., Praha
<http://ccf.fzu.cz>

svazek 66

Korešpondencia Leonharda Eulera s Christianom Goldbachom

Juraj Šebesta

Emeritný pracovník Katedry teoretickej fyziky a didaktiky fyziky, Fakulty matematiky, fyziky a informatiky
Universít Komenského, Mlynská dolina, 842 45 Bratislava 4; jsebesta@chello.sk

Úvod

V tomto príspivku by sme chceli čitateľom Československého časopisu pre fyziku predstaviť najnovší prírastok rozsiahlej edície súborného diela veľkého učenca Leonharda Eulera *Opera omnia* – po 72 zväzkoch vedeckých spisov, komentárov a iných článkov je to piaty zväzok súborného vydania Eulerovej korešpondencie [1]. Súčasné aspoň stručne priblížime história vzniku *Opera omnia*. Toto rozsiahle a ešte stále nedokončené vydanie diela L. Eulera je výsledkom viac ako sto ročného úsilia niekoľkých organizácií a desiatok zapálených odborníkov – historikov vedy i profesionálnych vedcov.

Ako sa to začalo

Súčasné vydanie *Opera omnia* nie je prvým pokusom o sprostredkovanie Eulerovo diela matematikom a historikom matematiky. Ako uvádzajú Andreas Kleinert a Martin Mattmüller v článku *Opera Omnia Leonharda Eulera: projekt storicia* [2], prvý pokus o vydanie Eulerových zobrazených spisov sa podnikli už v polovici 19. storočia – jeden v Sankt-Peterburgu a druhý v Bruseli. Neboli však priliš úspešné. Jednak boli pomerne malé (dva zväzky, resp. päť zväzkov) a jednako obsahovali už vydané články, pripadne editori „narábali s pôvodnými textami svojvoľne“ ([2], s. 282). Tretí pokus o spoločné vydanie Eulerovo vedeckého dôdiela podnikli na začiatku 20. storočia Ruská akadémia vied a Pruská akadémia vied v Berlíne. Prvá mala pripraviť vydanie matematických spisov, druhá fyzikálnych. Pokus stroskotal na názore Maxa Plancka, že „možno matematici čerpajú z Eulerových prác, toto tvrdenie višak neplatí pre fyzikov“ ([2], s. 283).

Iničiatorom najnovšieho vydania bol profesor matematiky na technike v Zürichu (ETH) Ferdinand Rudio. Po desiatich rokoch presvedčania matematickej verejnosti aj zainteresovaných organizácií sa napokon dočkal úspechu. Na jeho emotívne vystúpenie na oslavách 200. výročia narodenia veľkého matematika a fyzika v roku 1907 zareagovala Švajčiarska spoločnosť prírodovedcov a zriadila tzv. Eulerovu komisiu, ktorá mala zabezpečiť vydanie súborného dielu veľkého učenca. Ked sa podarilo zabezpečiť financovanie projektu a zohnať odborníkov, ktorí by pripravili jednot-

livé zväzky, v r. 1908 sa rozbehli práce na prvých dieľoch. Už na začiatku padlo rozhodnutie, že sa vydanie rozdelí na tri sérii: Matematika (mala mať 29 zväzkov), Mechanika a astronómia (31 zväzkov), Fyzika a ostatné disciplíny (12 zväzkov). Prvý zväzok vylieš už v r. 1911 a obsahoval Eulerovo učebnicu algebry (*Vollständige Einleitung zur Algebra*). Pred prvou svetovou vojnou výšlo spolu dvanásť zväzkov.

Dalších rokoch vydávanie narážalo na rôzne fažnosti: dve svetové vojny, krach banky, v ktorej boli uložené finančie na celý projekt, zmeny vydavateľov, dočasný aj definitívny odchod šéfredaktorov zobrazených spisov i redaktorov jednotlivých dieľov. A. Kleinert a M. Mattmüller v citovanom článku písia, že „bolo čoraz fažsie zohnať kvalifikovaných redaktorov, no a matematici, čo vedeli po latinsky, sa zákratko stali vymieriacim druhom“ ([2], s. 285). V dôsledku týchto okolností matematikov a fyzikov vo funkcií redaktorov stále častejšie nahradzali profesionálni historici vedy. Zmenilo sa aj súčasné poslanie projektu. Cieľom jeho iniciátorov bolo sprístupniť Eulerovo dielo predovšetkým vedcom, hlavne matematikom, pre prvé zväzky obsahovali iba minimum komentárov. Keď kormidlo prevzali historici, v novších vydaniach sa objavili fundamentalné úvodné state, početné odvolutky a komentáre. Vrcholom bol jeden zo zväzkov fyzikálnej série – neobsahoval jediný riadok napísaný Eulerom, zato čitateľ sa mohol zoznámiť s historickým traktárom, v ktorom sa na 435 stranach opisoval vývoj bádania v oblasti pružných telies v rokoch 1639–1788.

Publikácia Eulerovej korešpondencie

Pokiaľ ide o Eulerovo vedeckú korešpondenciu, o jej vydávaní sa rozhodlo už v r. 1910. Nebolo však jasné, čo treba chápať pod pojmom „vedecká korešpondencia“. Preto sa realizácia tejto časti projektu odložila na neurčito. Nečudo, lebo sa zachovalo približne 3 100 listov, ktoré si Euler vymenil s takmer 300 korešpondentmi, pričom sám je autorom asi 1 000 listov. Z hľadiska dejín vedy je zaujímavá predovšetkým korešpondencia s Danielom Bernoullim, Christianom Goldbachom a Andersom Segnerom. Prvý pokus o vydanie Eulerovej korešpondencie však nemal nič spoločné s projektom

Opera omnia – bol výsledkom spolupráce Leningradskej akadémie vied a Akadémie vied (byvalej) NDR a týkať sa predovšetkým ich vzájomnej spolupráce v 18. storočí. V šesdesiatych rokoch minulého storočia tak výšlo sedem zväzok rozmanitej korespondencie a jeden zväzok obsahujúci úplný register všetkej korespondencie uloženej v archive akadémie v Sankt-Peterburgu.

V r. 1967 sa Eulerova komisia napokon uznesla, že sa začne vydávať ďalšia, v poradí štvrtá séria projektu *Opera omnia*, ktorá by obsahovala Eulerovu korespondenciu a jeho rukopisnú pozostalosť. Nová séria mala mať dve časti: IV A mala zahŕňať listy, kým časť IV B mala obsahovať rukopisy. Kedže väčšina listov adresovaných Eulerovi ležala v leningradskom archíve Akadémie vied ZSSR a mnohí odborníci na Eulerovi žili v bývalom Sovietskom zväze, na vydanie IV. série sa vypracoval spoločný projekt dvoch akadémii vied – švajčiarskej a sovietskej. Vznikla tiež druhá redakčná rada zložená zo štyroch sovietskych a štyroch švajčiarskych zástupcov. Ako prve prijala uznesenie, že publikácia série rukopisov IV B sa odloží a všetko úsilie sa sústredí na vydanie korespondencie.

Pri uverejňovaní jednotlivých zväzkov sa nedodržiavala chronológia, ale každý diel bol venovaný úplnej korespondencii – vedeckej aj nevedeckej – s jedným, prípadne niekoľkými odborníkmi. Pre konkrétnie diele sa zvolil takpovediac pracovný jazyk, ktorým sa písal súbor, odvodený aj poznámky, a spravidla zodpovedal jazyku väčšiny listov zaradených do príslušného zväzku. Všetky texty sa uverejňujú zásadne v plnom rozsahu, teda vrátane úvodných a záverecích frázd. Zachováva sa jazyk originálu, iba listy v latinčine sú prekladajú do „pracovného jazyka“ daného dielu.

Výnimkou je Eulerova korespondencia s Christianom Goldbachom. Všetci zainteresovaní sa zhodli, že obsahuje veľa dôležitých myšlienok a bolo by užitočné, keby listy týchto významných učencov mohli čítať aj matematici, nielen historici vedy. Preto sa za pracovný jazyk tohto zväzku (IV A/4) zvolila angličtina. Kedže Euler a Goldbach si písali po latinsky, nemecky aj francúzsky, všetky listy sa preložili do angličtiny.



Leonhard Euler

Prvý zväzok série IV A (IV A/1) vyšiel v roku 1975 a obsahoval súpis všetkej v tom čase známej Eulerovej korespondencie. Okrem stručného opisu obsahu listov sa v nôme uvádzajú informácie o dátume, kedy bol list napisaný, o jazyku korespondencie, existujúcich kópiach, mieste, kde sa konkrétnie listy nachádzajú, kedy a kde boli uverejnené predtým. Až v roku 1980 vyšiel prvý zväzok vlastnej korespondencie (IV A/5). Obsahoval listy, ktoré si Euler vymenil s A. C. Clairautom, J. d' Alembertom a J. L. Lagrangeom. V roku 1986 následoval zväzok IV A/6 (korespondencia s Pierrom M. Maupertuisom a pruským kráľom Fridrichom II. Veľkým) a v roku 1998 zväzok IV A/2, v ktorom bola Eulerova korespondencia s Johannom I. a Niklausom I. Bernouilliouvami.

Od roku 1998 sa vydávanie ďalších zväzkov zastavilo. Na príčine bol nedostatok finančných prostriedkov na zber, spracovanie a vydanie Eulerovej korespondencie. Ďalším problémom bolo aj finančné zabezpečenie redaktorov jednotlivých zväzkov. (Poznamenajme, že mnohí z nich zvášča pracovali bezplatne.) No a napokon zavádzal aj ľudskej faktor: postupne odchádzali redaktori niektorých dielov a nebolo ľahké nájsť za nich vhodnú náhradu. Napriek všetkým problémom je finančne zabezpečená príprava zväzkov IV A/3 (korespondencia s Danielom Bernoullim), IV A/7 (rozmanitá korespondencia vo francúzštine) a IV A/8 (korespondencia s Andreosem Segnerom a ďalšími učencami z Halle). Prípravuje sa tiež publikácia zväzku IV A/9, v ktorom by mala byť uverejnená veľmi zaujímavá korespondencia Leonharda Eulera s Martinom Knutzenom. Prečo? Tento profesor filozofie na univerzite v Königsbergu patril medzi učiteľov, čo najviac ovplyvnili Immanuela Kanta, a práve vďaka Knutzenovi sa Kant zoznámil nielen s newtonovskou fyzikou, ale aj s filozofiou Gottfrieda W. Leibniza.

Z nášho pohľadu je najdôležitejšie, že vďaka nemiernemu úsiliu všetkých zainteresovaných sa po rokoch „neúrod“ podarilo v roku 2015 vydáť zväzok IV A/4 obsahujúci korespondenciu s Christianom Goldbachom (podrobnejšie pozri v samostatnej kapitole).

Prínos Leonharda Eulera k vývinu vedy

Niekto by si mohol položiť otázku: prečo boli viaceré inštitúcie a desiatky ludi ochotné vynaložiť toľko úsilia, financií, času a sile na realizáciu takého gigantického projektu, ktorý trval vysoko sto ročne a ešte stále nie je dokončený? Odpovedou nech je táto časť článku.

Význam Leonharda Eulera (narodil sa 15. apríla 1707 v Bazileji a zomrel 18. septembra 1783 v Sankt-Peterburgo) pre vývoj vedy spočíva v jeho zásluhách o rozvoj predovšetkým fyziky a matematiky. V oboch prípadoch bol jeho prínos zásadný. Kedže sme fyzici, najprv sa venujme fyzike a spomenejme aspoň stručne najvýznamnejšie fyzikálne výsledky uznávaného učenca.

Fyzika

Euler ako prvý v roku 1736 v knihe *Mechanika číže veda o pohybe formulovaná analyticky* pomocou Leibnizovej formulácie infinitesimálneho počtu prepísal druhý Newtonov zákon, do podoby diferenciálnej rovnice. Striktné povedané, až po tejto úprave sa druhý zákon právom nazýva pohybový, pretože predstavuje pohybovú rovnicu. Neskôr v dvojzväzkovom spise *Teória pohybu telies* (1765) podľa vzoru C. McLaurina premietol vektory sil do jednotlivých osí kartézskej súradnicovej

» Význam Leonharda Eulera spočíva v jeho zásluhách o rozvoji matematiky a fyziky. «

„V optike bol Euler zástancom vlnovej teórie svetla.“

sústavy a dostał pohybovou rovnice v tvare, ktorom sa používajú dodnes. Pomocou nich potom študoval rôzne prípady pohybu voľného aj viazaného hmotného bodu (podrobnejší pozri napr. [3], s. 123–127).

Pomocou nového matematického aparátu Euler výbudoval tiež teóriu pohybu tuhých telies (1750), keď okrem iného zaviedol nové kvantitatívne charakteristiky rozloženia hmotnosti v tuhých telesách – momenty zotrvačnosti – a dokázal existenciu troch navzájom kolmých osí, vzhľadom na ktoré majú momenty zotrvačnosti telesa extrémalnú hodnotu. Popri tom ako prvý vyslovil zákon zachovania momentu hybnosti v izolovaných sústavách (1746) a sformuloval základné zákony hydrodynamiky (1755).

Význam Eulerovej diela pre vývoj mechaniky spočíva tiež v aplikácii variačného počtu, teórie špeciálnych funkcií a ďalších matematických metód pri riešení mechanických úloh. Právom môžeme povedať, že Leonhard Euler výbudoval pevné základy analytickejho aparátu mechaniky. Tento vývoj dovršil Joseph Louis Lagrange. (Záujemca nájdete podrobnejší opis napr. v [3], s. 134–136.)

V optike bol Euler zástancom vlnovej teórie svetla, navyše postuloval závislosť farby svetla od vlnovej dĺžky. Keď si uvedomíme, že to bolo v dobej absolútnej nadívky Newtonovej korpuskulárnej predstavy o svetle, ešte viac vystúpi do popredia Eulerova vektorosť a nezávislosť jeho myšlenia – črtky charakteristické pre všetkých velikánov vedy.

V náuke o teple Euler zastával molekulárno-kine-
tickú teóriu. Nečudo, ved odmladi bol blízkym priateľom hlavného tvorca tejto teórie Daniela Bernoulliho. (Apropos, ked mu jeho alma mater v Bazileji odmietla udeliť profesuru, 19-ročný Leonhard odišiel za Danielom do Sankt-Peterburgu, kde strávil veľmi plodných pätnásť rokov. Dôjdejme, že v roku 1766 sa na následujúce želanie čarovnej Katariny II. Vefkej do Ruska vrátil a v Sankt-Peterburgu žil až do smrti.) Okrem toho sa Euler zaoberal akustikou, teóriou pružnosti, matematickou fyzikou, balistikou a aktívne sa venoval aj architektúre a stavbe lodí. Medzi ďalším navrhov hľastý variant konštrukcie turbíny, vychádzajúcej z jeho teórie pohybu telesa s premennou hmotnosťou (iod, turbí-

na a pod.). Stojí za zmienku, že pokusy, ktoré sa v 80. rokoch minulého storočia uskutočnili vo Švajčiarsku, ukázali, že maximálna účinnosť Eulerovej turbíny dosahuje 71,2 %, čo je o 5 % viac, než predstavovala účinnosť prvých turbín zo začiatku 19. storočia a len o 10 % menej než účinnosť najmodernejších súčasných turbín.

Matematika

Ešte významnejší je Eulerov prinos v matematike. Právom sa označuje za jedného z najvýznamnejších matematikov 18. storočia a niektorí autori ho dokonca pôkladajú za prvého moderného matematika (pozri napr. [4]). Obe označenia sú určité namiestne. Napríklad známy historik matematiky Adolf P. Juškevič sa vyslovil, že v hľadisku vývoja matematiky môžeme 18. storočie nazvať Eulerovým storočím [5]. Prečo? Pred ním boli úspechy v oblasti matematiky izolované a zriedkakedy navzájom súviseli. Euler usporiadal matematickú analýzu, algebru, geometriu, trigonometriu, teóriu čísel a ďalšie disciplíny do uceleného systému, príčom pridal veľa vlastných objavov. Od tých čias sa podstatná časť matematiky vyučuje prakticky bez zmeny „podľa Eulera“. Nepochybne k tomu prispel aj fakt, že za života vydal veľa súborných diel, ktoré sa stali prototypom kvalitných a úspešných učebníck, medzinárodný Variačný počet (1744), Úvod do infinitesimálneho počtu (1748), ktorý obsahuje aj analytickú geometriu, Diferenciálny počet (1755), Integrálny počet (1768–1777) a Úvod do algebra (1770).

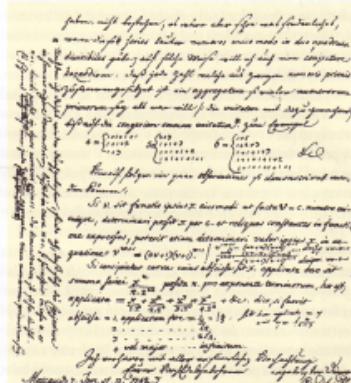
Vďaka Eulerovi sa matematika obohatila o všeobec-
nú teóriu radov, o fundamentálny Eulerov vzorec v teórii komplexných čísel, Eulerovu funkciu v modulárnej aritmetike, úplnú teóriu rezavofáznych zlomkov, o mnohé postupy integrovania a riešenia diferenciálnych rovnic, o celý rad špeciálnych funkcií, číslo e, označenie i pre imaginárnu jednotku, symbol funkcie $f(x)$, matematické symboly π , Δ , Σ a mnohé ďalšie príspivky. Okrem toho v podstate výbudoval niekoľko nových matematických disciplínen, napríklad teóriu čísel, variačný počet, teóriu komplexných funkcií, diferenciálnu geometriu plôch a vypracoval základy teórie špeciálnych funkcií. Zaobral sa tiež diofantovskou analýzou, matematickou fyzikou, štatistikou atď. Preto Laplace svojho času vyzýval matematikov: „Čítajte Euleru, čítajte Eulera, všetci sa máme od neho čo učiť.“

Zivotopisci často uvádzajú, že Euler bol virtuóznym algoritmom. Vždy sa usiloval dosvieť svoje objavy do praktickej realizácie, teda vypracovať konkrétné výpočtové metódy. Navyše bol neprekonateľný počítačom, príčom vďaka skvejkej pamäti mnohé výpočty robil späťmi. Táto vlastnosť mu veľmi pomohla v neskôrších rokoch, keď postupne úplne oslepol a napiek preto pokračoval v práci.

Právom môžeme konštatovať, že Euler je prikla-
dom vedca, ktorému vynikajúce matematické vzdele-
nanie a erudícia umožňovali riešiť aj tie najzložitejšie problémy z najrozmanitejších oblastí (matematika, me-
chanika, optika, astronómie, kartografie, stavby lodí a mnohých iných).

Kto bol Ch. Goldbach

Christian Goldbach sa narodil 18. marca 1690 vo východopruskom Königsbergu (dnešný Kaliningrad v Rusku). Jeho otec Bartolomej Goldbach (1640–1708) bol luteránsky pastor a na miestnej univerzite predná-
šal história a rétoriku. Mladý Christian študoval v ro-



V r. 1742 Christian Goldbach poslal Eulerovi tento list s formuláciou problému.

koch 1706–1710 na Kráľovskej Albertovej univerzite vo svojom rodisku právo, intenzívne sa však zaujímal aj o história, techniku, hudbu a literatúru.

Po skončení štúdia sa vydal na niekoľkoročnú cestu po Európe. Najprv navštívil najvýznamnejšie nemecké univerzity a v máji 1711 sa stretol aj s Gottfriedom Wilhelmom Leibnizom, s ktorým si dopisoval až do smrti veľkého filozofa. V roku 1712 mladý Goldbach získal doktorát práva v holandskom Groningene. Potom odcestoval do Anglicka, kde sa nakrátko stretol s Isacom Newtonom. Pre ďalšiu Goldbachovu kariéru mala veľký význam návšteva Oxfordu, kde sa zoznámil so zástupcom významnej rodiny Bernoulliovcov z Bazileja Niklausom I. Bernoullim. (O historii vedeckej, obchodnej a umeleckej dynastie Bernoulliovcov pozri napr. druhú kapitolu knihy známej česko-slovenského historika vedy Ivo Proksa „Celok je jednoduchší ako jeho časť“ ([6], s. 57–106).)

Po dlhom pobýti v Paríži (1713–1714) Christian absolvoval pút po talianskych mestach a navštívil aj Rakúsko. Ako napísali editori najnovšieho vzívku Eulerovej korespondencie, „viade sa zoznámil s pamätihostinami, navštívil múzeá i knižnice, študoval miestne pomery, predstavil sa všetkým známym vedcom a žiadal ich o odporúčanie, vždy vyhľadával vedecké diskusie na čoraz širši okruh tém“ ([7], s. 4). Napokon sa cez Prahu, Lipsko a Berlin vrátil do Königsbergu, kam dorazil až v polovici decembra 1714.

Táto cesta mala mimoriadny význam pre ďalšiu Goldbachovu životnú dráhu. Mladý Christian zrejme urobil dojemu na bádatelia, umelcov aj politikov, ktorími sa stretol na cestách, lebo mnohí z nich – často to boli významní, ako domáca slávna ľudia – mu prejavili priateľstvo a náklonnosť, očotenie mu poskytvali odporúčania pre svojich kolegov, pripadne neskôr s ním komunikovali písomne a diskutovali o najrozmanitejších otázkach. Výsledkom cesty teda neboli iba obvyklé poznatky a vedomosti, ale aj rozsiahle kontakty. Aj v ďalších rokoch Goldbach udržiaval bohatú korespondenciu s väčšinou významných vedcov a bádatelov. Dôležité bolo tiež stretnutie s pruským ministrom zahraničných vecí von Ilgenom v Berline, ktorý mu udelil titul dvorného rada ([7], s. 5) a neskôr mu zveroval rôzne úlohy.

Aj v ďalších rokoch Goldbach cestoval po Európe a dokonca v Štokholme plnil napoly oficiálne diplomatické poslanie. V rokoch 1722–1724 precestoval Dánsko, Nemecko, väčšinu strednej Európy a navštívil dokonca aj Srbsko. Cieľ týchto cest a obsah rozhovorov na rozmanitých stretuiahach nie je celkom jasný, zrejme nešlo iba o turistiku. Svedčí o tom fakt, že po definitívnom návrate do Pruska v roku 1724 informoval o svojich cestách politikov, diplomatom a dvoranov a raz dokonca aj samého kráľa. Nadalej udržiaval rozsiahlu korespondenciu a „svoju sieť filologov, antikvárov, fyzikov, knihovníkov, astronómov, hudobníkov a prírodnovedov zásoboval novinkami z celej Európy o najrozmanitejších otázkach od nuánu literárneho štýlu po vydávanie Keplerových rukopisov, Kircherov hudobný automat a Orffyreove perpetuum mobile“ ([7], s. 5). Pre nás je dôležité, že si dopisoval tiež s matematikmi z tzv. Bazilejskej školy.

Zásadný obrat v kariére Christiana Goldbacha nastal v roku 1725. Vďaka mnohým svojim „známym“ vedel, že cár Peter I. Veľký pripravuje zriadenie akademie vied. V liste prezidentovi akademie Lorenzovi



Christian Goldbach

von Blumentrostovi z mája 1725 sa Christian uchádzal o miesto v novej inštitúcii a žiadosť podporil viacerými odporúčaniami európskych vedcov. Hoci prezident odpovedal, že všetky miestu sú obsadené, Goldbach odcestoval do Sankt-Peterburgu. Využil ďalšie svoje kontakty, aby sa predsa len dostal k Blumentrostovi. Ako pišu editori korespondencie, „Goldbachov kozmopolitný šarm natolik zapôsobil na prezidenta, že sa priamo na miesto rozhodol menovať ho tajomníkom akademie“ ([7], s. 7). Podľa pracovnej zmluvy mal „napísat história akadémie a v období minimálne piatich rokov pestovať matematiku“ ([7], s. 7). Tak sa Goldbach stal významnou osobnosťou v Peterburzskej akadémii a vďaka svojmu postaveniu sa mohol stať tútorom mladého Leonharda Eulera, ktorý pricestoval do novej metropoly Ruska v roku 1727.

V rokoch 1727–1730 Goldbach pôsobil ako učiteľ a vychovávateľ nového cára, maloletého Petra II., a jeho sestry Natálie. Po smrti nového panovníka v r. 1730 ešte zostal istý čas pri dvore v Moskve, ale v r. 1732 sa vrátil do Sankt-Peterburgu. Ďalších desať rokov zastával v akadémii rôzne administratívne a riadacie funkcie. V roku 1742 nová panovnička Jelizaveta I. vymenovala za ministra zahraničných vecí bývalého prezidenta akademie Breverena (v rokoch 1740–1741 bol u poradí štvrtým prezidentom) a ten vymenoval Goldbacha za štátneho radcu a šéfa šifrovacieho a dešifrovacieho oddelenia ministerstva. V tejto funkcií sa maximálne využili Goldbachove matematické aj lingvisticke schopnosti a znalosti, ako aj jeho orientácia v medzinárodnej politike a rozsiahle kontakty po celej Európe. Za svoje služby získal Goldbach vysoké postavenie i materiálne odmeny – v roku 1746 mu cárovna Jelizaveta I. vymenovala usadlosť v pobaltskom Livónsku a v r. 1760 sa stal tajným radcom. Christian Goldbach zomrel 20. novembra 1764 v Sankt-Peterburgu.

Ako sme spominali, Goldbach sa zaujímal o matematiku už počas štúdia na svojej almei mater. Aj neskôr číhal popri iných tiež knihy a články s matematickou tematikou. Nešlo však o nejaké systematické štúdiu, mladý Christian iba prejavoval sice živý, ale výlučne amatérsky záujem o matematiku. Ten sa zintenzívnil a prehlbil vďaka stretnutiam a korespondencií s matematikmi z dynastie Bernoulliovcov, hlavne Niklausom I.,



Portrét Leonharda Eulera z r. 1753 od Emanuela Handmanna, na ktorom je viditeľná Eulerova vada zraku.

s ktorým sa stretol v Oxforde. Tu aj naznamenal prvý úspech v teórii čísel. Neskôr si obaja intenzívne dopisovali – stojí za zmienku, že niekoľko listov poslal Goldbach Niklausovi I. z Bratislavы a z Kremnice, kde sa zastavil na záver svojej druhej cesty po Európe. V korešpondencii s Bernoulliiovciami Christian diskutoval napríklad o Riccatiho rovnici, o radoch s počtom členov rôzneho stupňa nekončnosti či o niektorých problémoch z teórie čísel. Táto korešpondencia mladému amatérovi do istej miery nahradila systematické štúdium.

Najvýznamnejšie matematické výsledky Goldbach dosiahol neskôr – hlavne vďaka spolupráci a korešpondencii s Leonhardom Eulrom. V jednom liste z roku 1742 sformuloval hypotézu, že každé párene číslo väčšie ako 2 sa dá vyjadriť ako súčet dvoch prvočísel (Goldbachova hypotéza). Hoci sa zatiaľ nepodarilo toto tvrdenie dokázať, väčšina matematikov pokladá hypotézu za pravdivú. Zaoberal sa tiež tzv. dokonalými mocninami, čiže číslami, ktoré sa dajú zapísť ako prirodzená mocnina iného prirodzeného čísla. Výsledkom bol tzv. Goldbachova-Eulerova veta, že suma čísel $1/(p-1)$ cez množinu dokonalých mocnín s výnimkou 1 sa rovná 1.

Z hľadiska dejní matematiky spočíva Goldbachový význam viackrát predovšetkým v tom, že v korešpondencii i osobnom styku inspiroval Eulera, aby sa zaoberal témami, s ktorými by sa pravdepodobne inak nestrelol. Môžeme len súhlasiť so slovami editorov: „Goldbachova úloha vo vývine Eulera ako vedca – osobitne v teórii čísel – sa často nedoceňuje. Je prirodzené, že matematické úspechy uverejnene v tých niekoľkých Goldbachových publikáciách blednú v porovnaní s obrovským množstvom výsledkov, ktoré dosiahol Euler. Lenže na začiatku kariéry sa Euler pasoval s problematicami, ktoré boli v tom čase populárne a jeho súčasníci – predovšetkým Bernoulliiovci aj Goldbach – ich už preskúmali. (...) Neskôr sa objavili aj ďalšie témy, ktoré Goldbach rozpracoval. (...) Pre formovanie Eulerových

matematických záujmov bolo ešte dôležitejšie Goldbachovo očarenie problémami teórie čísel. Goldbachova nevinná otázka, či Euler pozná Fermatovo tvrdenie, že všetky čísla v tvare $2^{2^n} + 1$ sú prvočísla, napokon Eulera prinutila, aby preštudoval všetky Fermatove práce, čo sa mu doslovi do ruk. Eulerovi súčasníci, predovšetkým Bernoulliiovci, všobec nevenovali pozornosť tomuto aspektu jeho badania, takže Goldbach bol v konečnom dôsledku jediný, s kym mohol Euler debatovať o týchto témaci.“ ([7], s. 26–27).

Korešpondencia L. Eulera s Ch. Goldbachom

Vydanie tejto korešpondencie je zatiaľ posledným zväzkom projektu *Opera omnia* a niesie označenie IV A/4. Už sme spominali, že má niekoľko špecifických čí. Listy, ktoré si vymenili Leonhard Euler a Christian Goldbach, obsahujú veľa cenných myšlienok. Preto padlo rozhodnutie, že na rozdiel od ostatných zväzkov projektu *Opera omnia* bude jeho pracovným jazykom angličtina. Prečo? Angličtina je dnes pre vedcov svojská „lingua franca“ (ako kedysi latinská pre učencov a vzdelencov), takže do tohto jazyka sa preložili všetky listy a v angličtine sú napísané aj úvodné štúdie, odváľavy a poznámky. Aby neboli o nič ochudobneni ani milovníci autentickosti, prípadne ti, čo ovládajú jazyky, v ktorých boli listy napísané – latinskú, nemčinu a francúzštinu, najnovší zväzok sa rozdelil na dve časti: prvá, označená IV A/4, časť I, obsahuje listy v originálni, kym druhá, označená IV A/4, časť II, obsahuje anglický preklad listov, poznámkový aparát a register.

V prvej časti je predhovor, úvod a vlastná korešpondencia v pôvodíne. Predhovor napísal Andreas Kleiner, profesor dejín vedy na univerzite v Halle, hlavný redaktor série *Opera omnia* IV A. Napína v ním úvodné mottom *Habent sua fata editions – Vydania majú svoje osudy*. Veľmi stručne opisuje história vydávania Eulerovej korešpondencie do roku 1998. Ďalej sa zameriava na situáciu okolo vydania predkladaného zväzku: príprava originálov a ich prekladov na vydanie, komplikácie súvisiace so zmenou jedného z editorov, rozdelenie ich úloh a zásluhy ďalších osôb na vydanie tohto dielu. Na záver v menu redakčnej rady série IV A vyslovil podakovanie editorom, že svojim úsilím „otvorili cestu k intelektuálemu svetu minulosťi, ktorý je v mnohých ohľadoch základom súčasnej matematiky, vedy a techniky“ ([8], s. xi–xii).

Autormi Uvdoru sú editori zväzku Franz Lemmermeyer a Martin Mattmüller. V prvej časti s názvom *Historický a životopisný rámeček uvádzajú stručný životopis Christiana Goldbacha*, opisujú vzťah obcoch protagonistov a napokon chronológiu a štatistiku korešpondencie medzi Eulerom a Goldbachom. V druhej časti *Hlavné témy korešpondencie* charakterizujú obsah jednotlivých listov, ktoré tematicky rozdelili do týchto podkapitol: Teória čísel; Analytické metódy v teórii čísel; Algebra: korene polynomov a transcendentie; Analýza; Geometria, topológia, kombinatorika; Prírodné vedy; Osobný život: akadémie, ceny, publikácie; Osobný život: rodina, cestovanie, zdravie. Zaujímavá je poznámka autorov v úvode tejto časti, že najväčšie problémy pri klasifikovaní Eulerových prác spôsobil ďalší vývoj matematiky: súčasní vedci zaradujú Eulerove práce do iných oblastí ako sám autor. Napriek tomu „sme sa neodhadli sám začiatku rozdelenie (práce) na jednej strane na teóriu čísel a na druhej strane na analýzu; aby sme zaradili aj niektoré problematické

pripady, doplnili sme časť o analytických metódach či nástrojoch v teórii čísel" ([7], s. 36). V tretej časti Úvodu nazvanej *Usporiadanie korešpondencie medzi Eulerom a Goldbachom* uvádzajú pramene publikovaných rukopisov, opisujú všetky predosle vydania tejto korešpondencie a charakterizujú zásady, ktorými sa riadili pri príprave tohto vydania.

Za Úvodom nasledujú originálne texty kompletnej Eulerovej korešpondencie s Christianom Goldbachom. Za zmienku stojia niektoré poznatky o publikovaných listoch ([7], s. 29–31). Spolu ich je 196, pričom 102 z nich napísal Euler a 94 Goldbach. Editori zaznamenali tri špecifické obdobia korešpondencie.

Prvý predstavuje roky 1729–1732, keď Goldbach žil v Moskve na dvore svojho bývalého žiaka cíara Petra II., kým Euler začína kariéru v Akademii vied v Sankt-Peterburgu. Mnohé z tém, ktoré v tom čase najviac zaujímali Eulera – z oblasti teórie radov, infinitezimálneho počtu a elementárnej teórie čísel, Goldbach už ováľal, lebo ich dôవnejsie predebatoval so svojim kolegom Danielom Bernoullim. Preto sa Euler v listoch uvoľnil na Goldbacha dojemu oписom vlastných úspechov. Na druhej strane Goldbach našiel zriedkavého partnera, ktorý sa ako on zaujíma o čistú matematiku, takže môže očakávať, že sa im spoločnými silami podarí zdroľať aj tie najťažšie problémy.

Počas druhého obdobia od februára 1732 do júna 1741 obaja pisatelia žili v Sankt-Peterburgu (preto si vymenili iba 20 listov) a spolupracovali nielen ako vedci, ale aj ako experti, pedagógovia a organizátori vedeckej života. Hoci Euler bol ešte stále odskázaný na tútorstvo a podporu uznaného vedca a akademického funkcionára Goldbacha, vďaka svojmu mimoriadnému nadaniu sa postupne stáva vedeckou hviezdom.

V treťom období – roky 1741–1756 – si pisatelia vymenili 146 listov, čo je prieomer 10 listov na rok, hoci boli aj roky, keď tento počet dosiahlo číslo 15. Príčinou intenzívnej korešpondencie bol fakt, že Euler prijal pozvanie nového pruského kráľa Fridricha II. Velkého a v lete 1741 odšiel do Berlína, kedy Goldbach zostal v Rusku. V listoch kolegovia rozoberali nielen vedeckej problémov, ale aj udalosti vo svojich akadémiahach a v osobnom živote, navzájom si pomáhali vybaľovať

rôzne záležitosti. Ku koncu tohto obdobia intenzita korešpondencie slabne, lebo Goldbach sa postupne zavbuje funkcií, kym Euler je zaneprádený mnohorakými povinnostami. V rokoch 1756–1764 si priatelia vymenili len 12 listov. Euler ich poslal 8, no chory a starý kolega odpovedal iba sporadicky. Eulerovo úsilie prebudí Goldbachov záujem o matematiku sa nestretáva s úspechom. Z obchôd strán sa obsah listov obmedzuje iba na súkromné záležitosti. Napokon Goldbach neodpovedá na posledný list a Euler sa iba sprostredkovane dozvedá, že jeho starý priateľ zomrel.

Záver

Z hľadiska dejín vedy je korešpondencia Leonharda Eulera s Christianom Goldbachom skvelou ukázkou, že v minulosti sa mnohé významné výsledky ziskávali v rámci a vďaka písomnej komunikácie ľudí zainteresovaných na riešenie určitých problémov. Z hľadiska ľudskej zásiu dokumentuje, že aj osobnosti, čo sa zasadne líšia vekom (Goldbach bol o 17 rokov starší), úrovňou vzdelania (Eulerovími učiteľmi boli najlepší vtedajší matematici, kym Goldbach vôbec matematiku neštudoval) a životnými skúsenosťami (Euler bol predovšetkým vedec, kym Goldbach svetobehník a spoločenský angažovaný vzedelanec) si môžu prostredníctvom výmeny listov intenzívne pomáhať po stránke odbornej aj súkromnej. Výštizne to formulovali Franz Lemmermeyer a Martin Mattmüller: „Niet pochyb, že Euler, najväčší matematik svojej doby, a Goldbach, svetazný „dilettante“, pokladali jeden druhého za spolochlívého a cenného celoživotného priateľa“ ([7], s. 29).

Literatúra

- [1] Leonhard Euler Corespondence. Opera omnia series quarta A: Commercium Epistolicum, Vol. IV, Part I, Eds. F. Lemmermeyer, M. Mattmüller, Birkhäuser / Springer AG, Basel 2015, s. ix–xii, 1–580.
- [2] Leonhard Euler Corespondence. Opera omnia series quarta A: Commercium Epistolicum, Vol. IV, Part II, Eds. F. Lemmermeyer, M. Mattmüller, Birkhäuser / Springer AG, Basel 2015, s. 581–1248.
- [3] A. Kleiner, M. Mattmüller: „Leonhardi Euleri Opera Omnia: a centenary project“, EMS Newsletter, September 2007, s. 25–31. Existuje tiež ruský variant v zborníku Leonhard Ėjler: К 300-летию со дня рождения Leonhard Euler: 300th anniversary. Nestor-Istorija, Sankt-Peterburg 2008, s. 280–291. (Z tohto článku sme vychádzali pri výklade historie vydávania Eulerovho diela, naň sa vzťahujú aj odvodenky na strany v citáciách.)
- [4] R. Zajac, J. Šebesta: Historické pramene súčasnej fyziky I. Od Aristotela po Boltzmanna, Alfa, Bratislava 1990.
- [5] M. Mattmüller: „The first modern mathematician? Euler's influence on the development of scientific style“, In: Leonhard Ėjler: К 300-летию со дня рождения Leonhard Euler: 300th anniversary. Nestor-Istorija, Sankt-Peterburg 2008, s. 37–49.
- [6] A. P. Щекин: „Леонард Эйлер. Жизнь и творчество“, In: Развитие науки Леонарда Эйлера и современная наука, Сб. статей. – Наука, М. 1988, стр. 15–47.
- [7] I. Proks: „Celok je jednoduchší ako jeho časťi“, In: Vybrané kapitoly z histórie exaktných vied, Bratislava, Veda 2012.
- [8] F. Lemmermeyer, M. Mattmüller: „Introduction“, In: Leonhard Euler Corespondence. Opera omnia series quarta A: Commercium Epistolicum, Vol. IV, Part I, Eds. F. Lemmermeyer, M. Mattmüller, Birkhäuser / Springer AG, Basel 2015, s. 36–96.
- [9] A. Kleiner: „Preface“, In: Leonhard Euler Corespondence. Opera omnia series quarta A: Commercium Epistolicum, Vol. IV, Part I, Eds. F. Lemmermeyer, M. Mattmüller, Birkhäuser / Springer AG, Basel 2015, s. ix–xii.

» V minulosti sa mnohé významné výsledky získavalí vďaka písomnej komunikácii ľudí zainteresovaných na riešení určitých problémov. «

LETTRE XII.

G O L D B A C H à E U L E R .

S U M M A R Y. Réponse à la dernière partie de la lettre précédente, sur l'intégrabilité des formules irrationnelles.

Bruxelles 6 Nov. 1750.

In ultima epistola Tua miror diligenter, quam ad ināgnanda somerorum mysteria adhibes. Revidi quo ad Celeb. Bernoulliū de formula differentiālē cuius numeronē facis scripsorum, atque illuc animadverxi causas illas rationales multa horum quoniam putare expediri possunt. Primumenundum autem duco formulam $A \dots \frac{dx}{(x^a + x^b)^{\frac{1}{a}}}$ nihil generaliorem esse formulam $B \dots \frac{dx}{(x^a + 1)^{\frac{1}{a}}}$, cum per solam substitutionem $x = v^{\frac{a}{a+b}}$ ex A producatur B, quod etiam agnovit Clas-